



LES FRACTALES



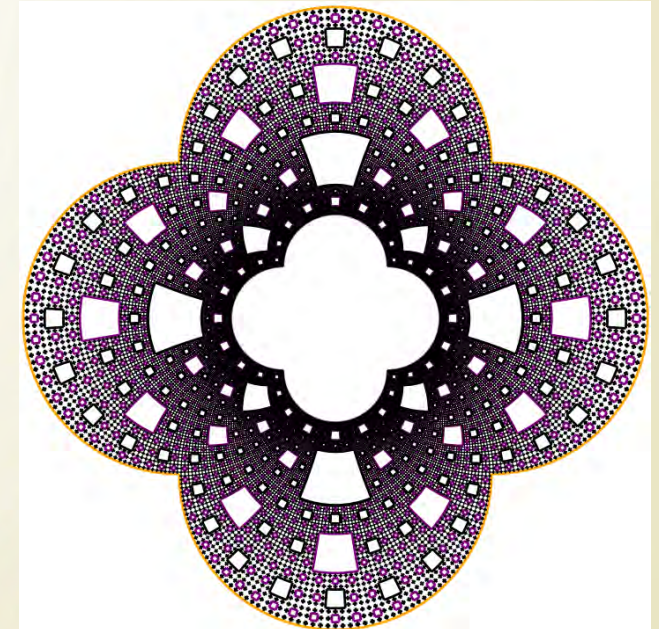
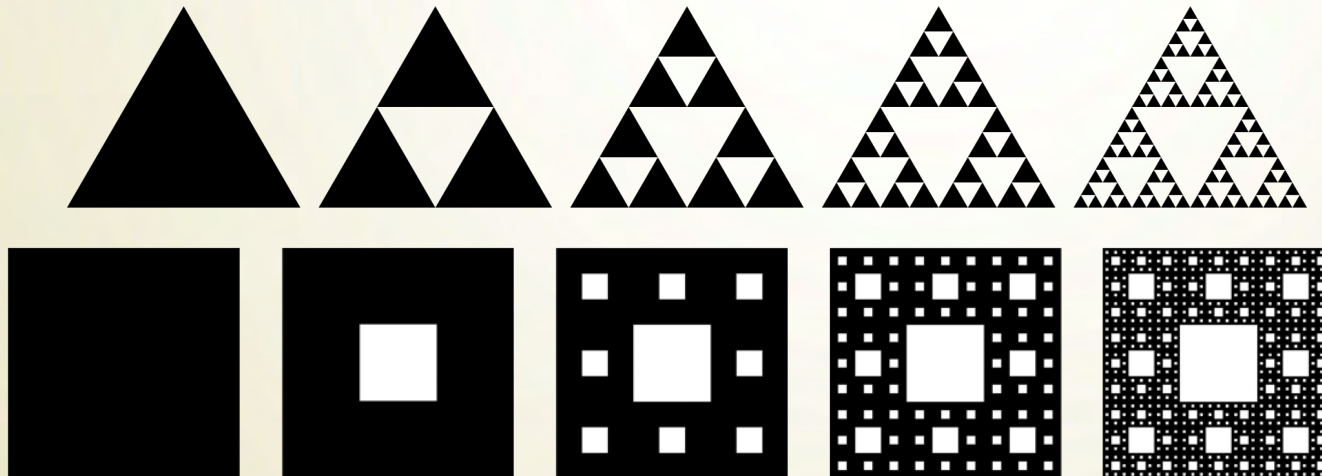
- ▶ Jusque dans les années 1960, les mathématiques classiques ont surtout étudié des formes régulières : droites, cercles, triangles, sphères, cubes... Elles sont basées sur la géométrie euclidienne qui définit les objets à l'aide de dimension entière :
 - Un point : dimension 0
 - Une ligne : dimension 1
 - Un plan : dimension 2
 - Un volume : dimension 3
- ▶ Mais imaginons une feuille de papier. Elle représente un plan, donc possède une dimension égale à 2. Si nous froissons cette feuille, elle occupe maintenant un volume (dimension 3), mais n'est pas un volume car nous ne pouvons pas « remplir » la feuille froissée avec une matière comme on remplirait un récipient. La dimension de la feuille froissée est donc comprise entre 2 et 3 : 2,5. Une dimension fractale ! Il en est de même pour les côtes du bord de mer très découpées (côte bretonne) qui ne sont pas de dimension 1 (ligne), mais pas non plus de dimension 2 (plan), elles sont donc de dimension 1,5.



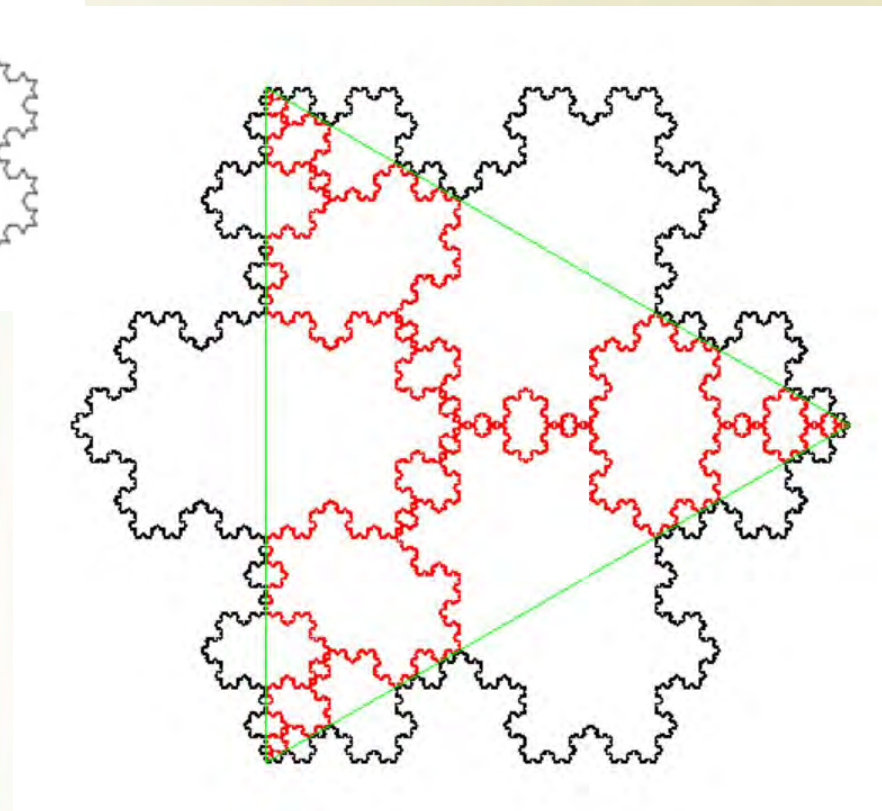
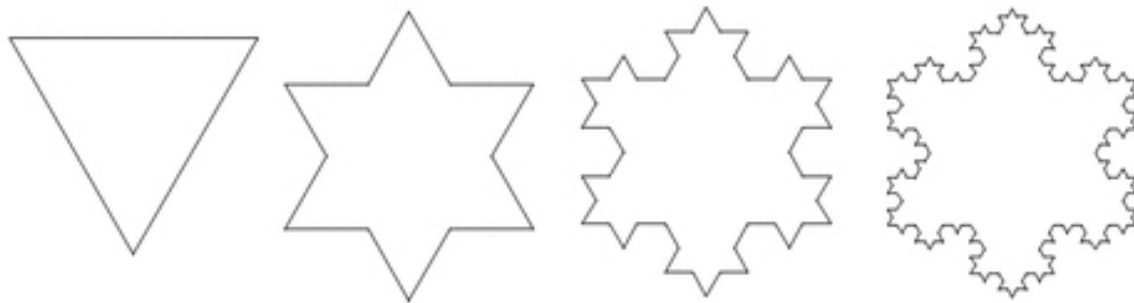
- Les objets fractals possèdent donc des formes complexes, irrégulières, avec des contours pliés et repliés sur eux-mêmes.
- L'inventeur du terme et du concept « fractal » est Benoit Mandelbrot en 1975. «Fractal» vient du latin «fractus» qui signifie «brisé», «irrégulier».
- Avant Mandelbrot, plusieurs mathématiciens avaient déjà découvert des objets proches des fractales. Cependant, ces objets étaient considérés comme de simples curiosités mathématiques jusqu'aux travaux de Mandelbrot dans les années 1970.
- Ces objets sont des fractales basées sur un système itératif.
- Cantor avec l'ensemble de Cantor



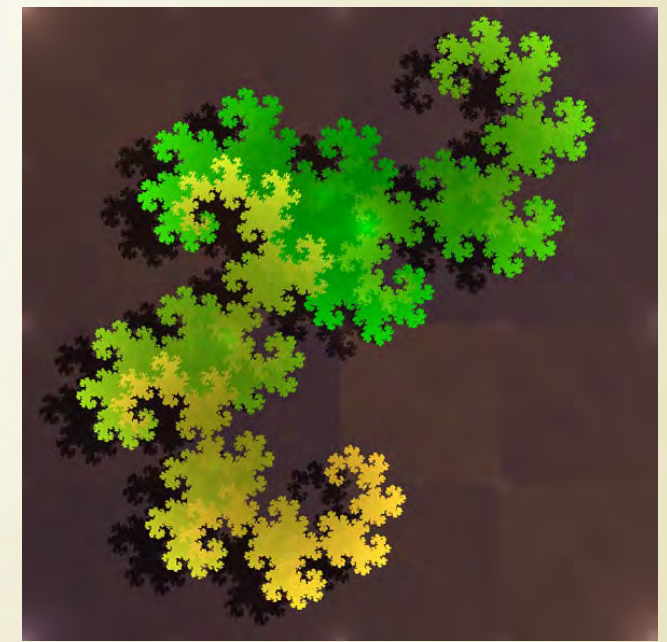
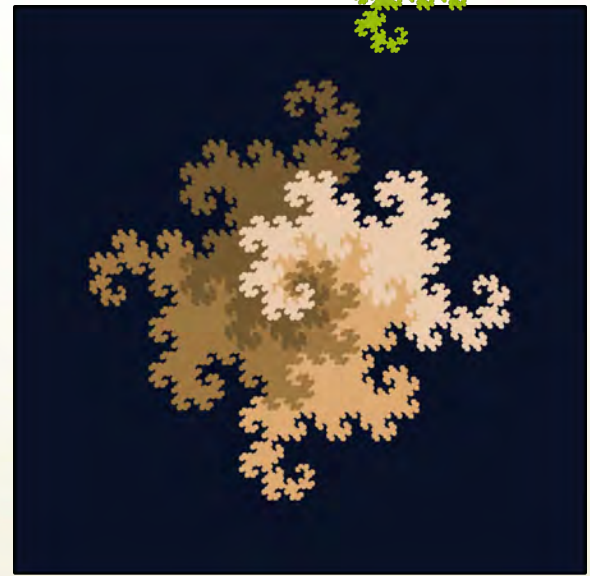
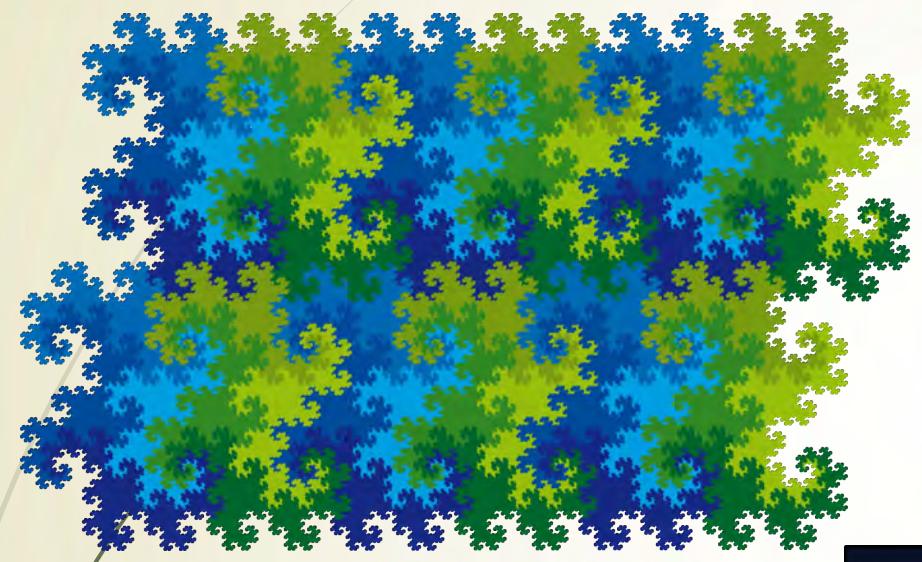
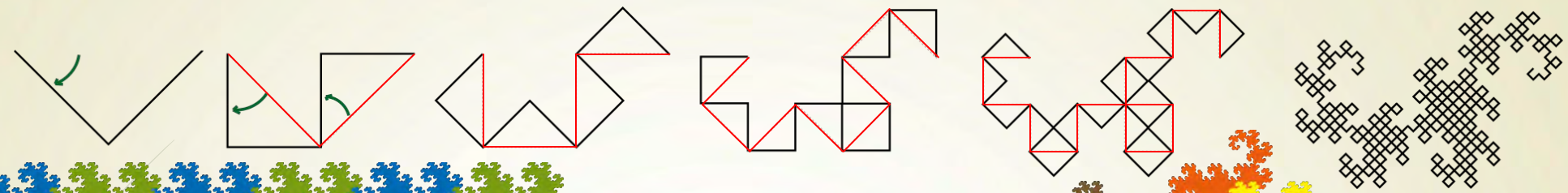
- Sierpiński avec le triangle et le tapis de Sierpiński



► Von Koch avec le flocon de von Koch et l'anti-flocon



Heighway avec la courbe du dragon



- ▶ Benoît Mandelbrot (1924-2010) est un mathématicien célèbre pour avoir développé la géométrie fractale, une manière de décrire des formes irrégulières présentes dans la nature.
- ▶ Exemples de fractales existant dans la nature.

Fougère



Dragonier

Chou fleur

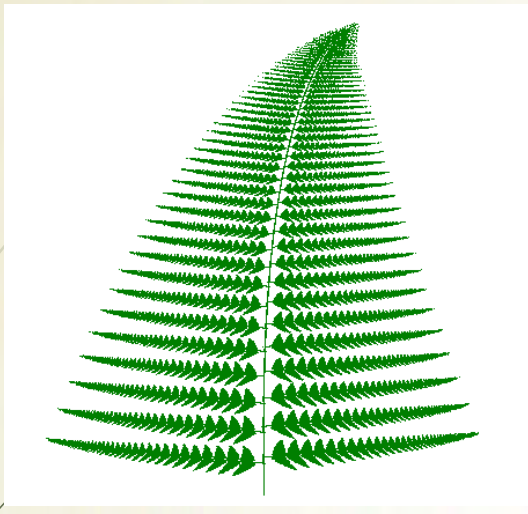


Chou romanesco

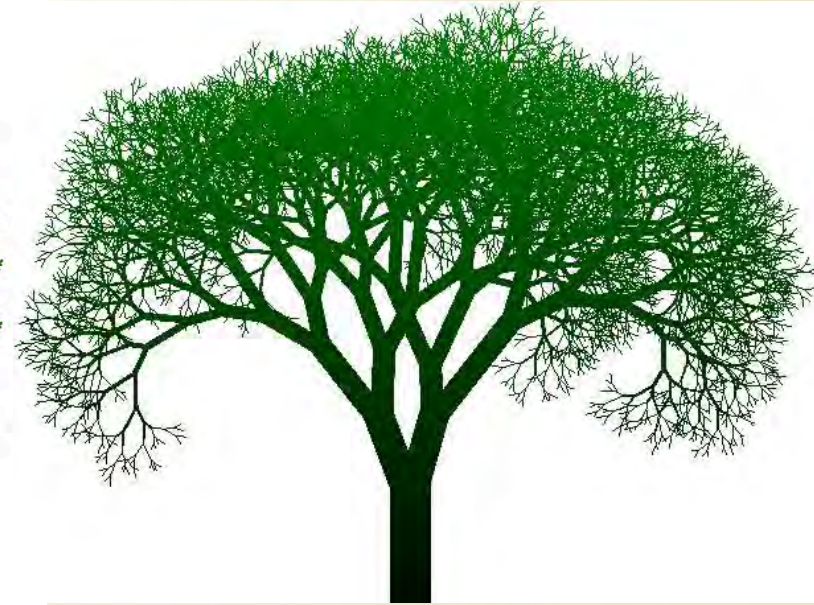
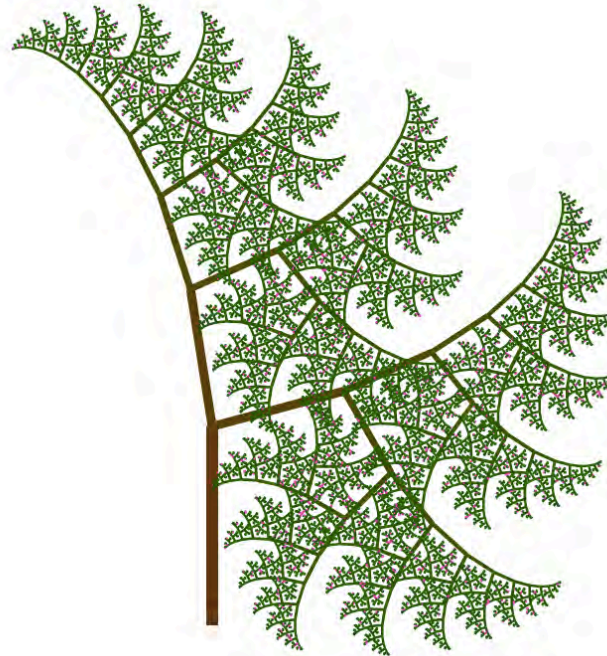
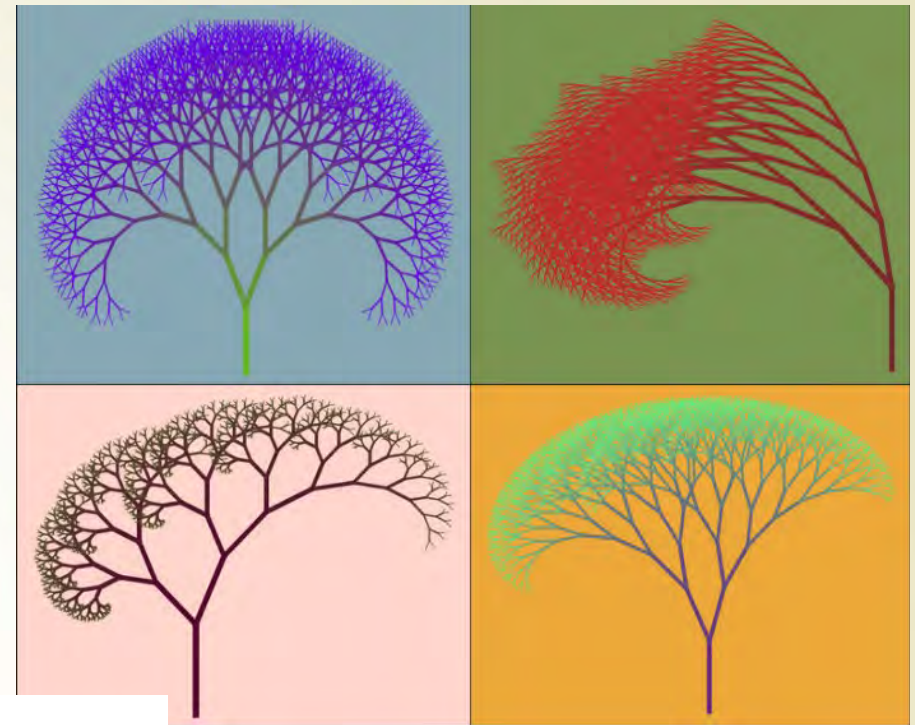
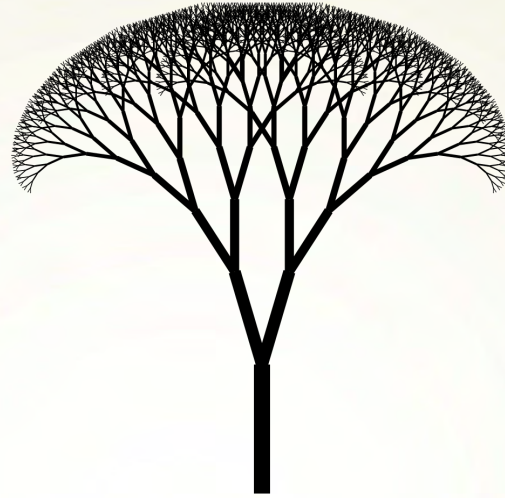
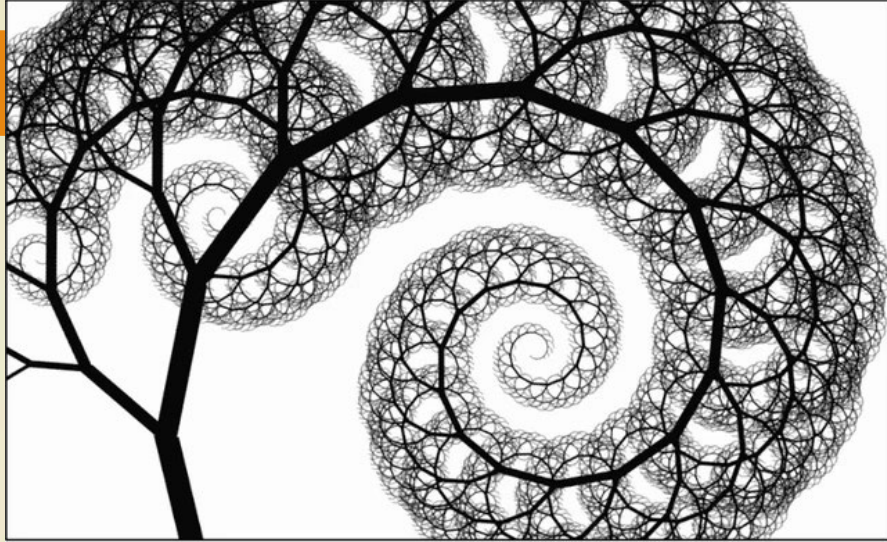


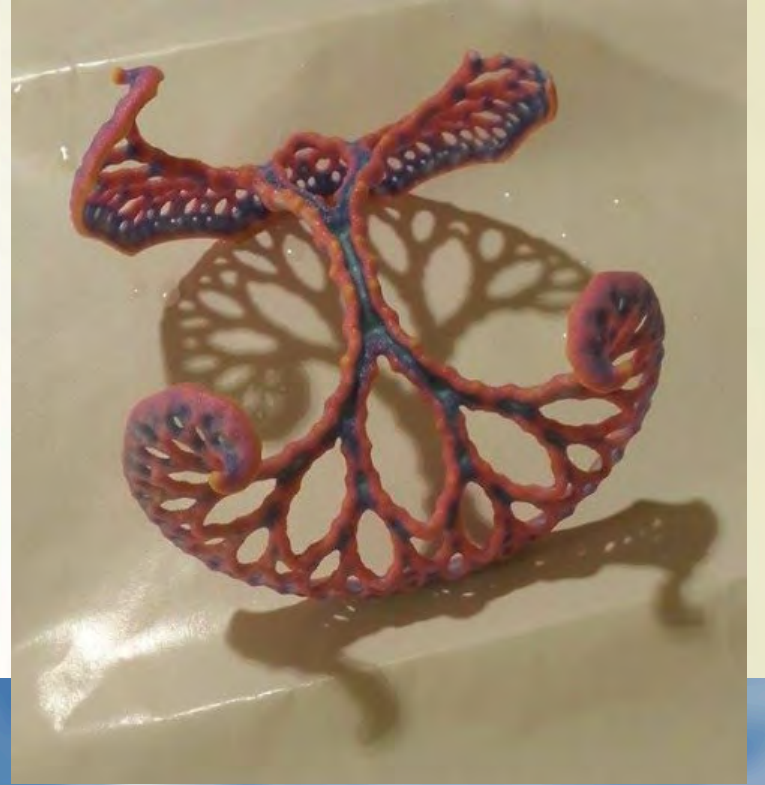
► Fractales s'inspirant de la nature

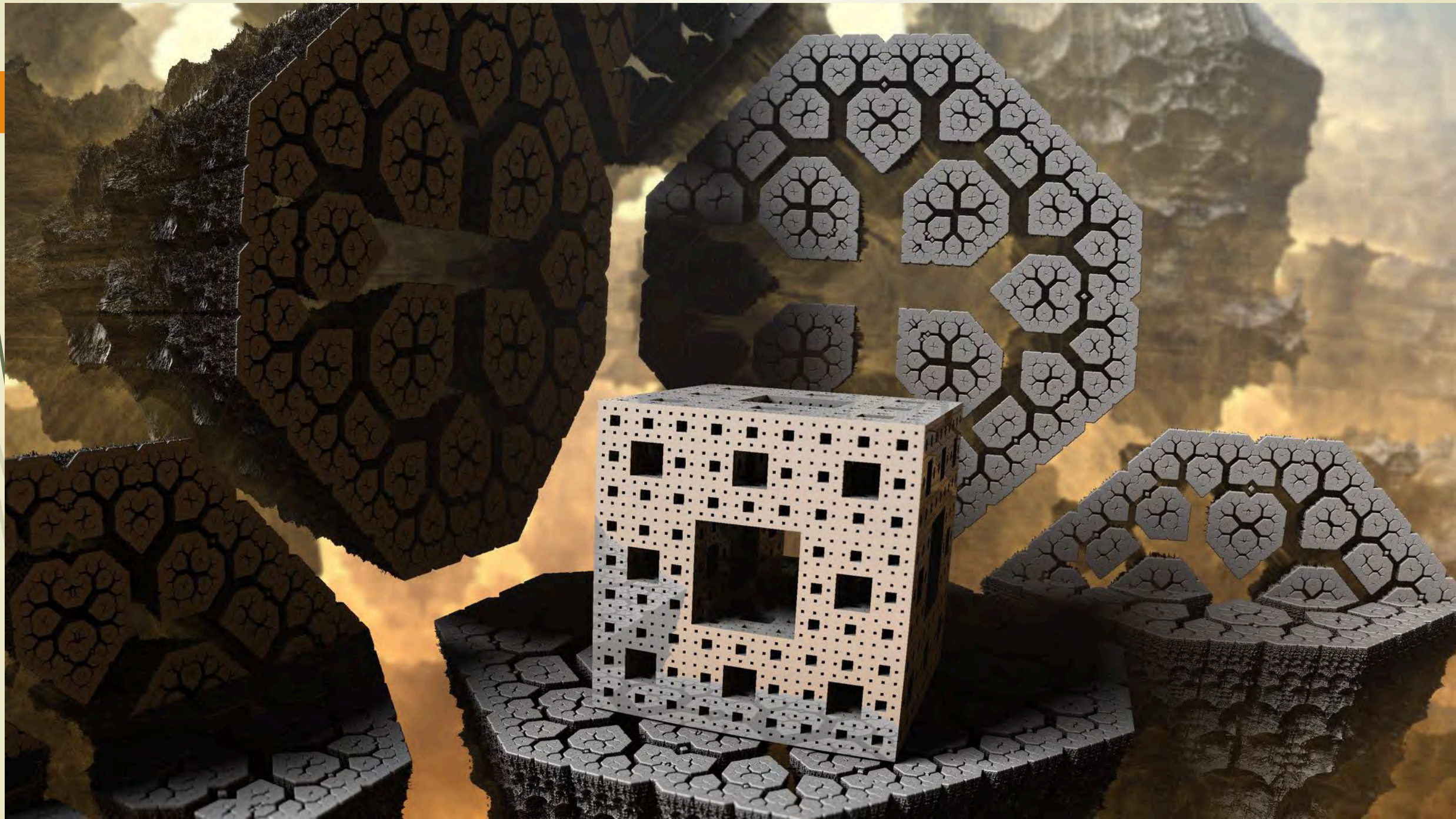
La fougère de Barnsley



Des arbres





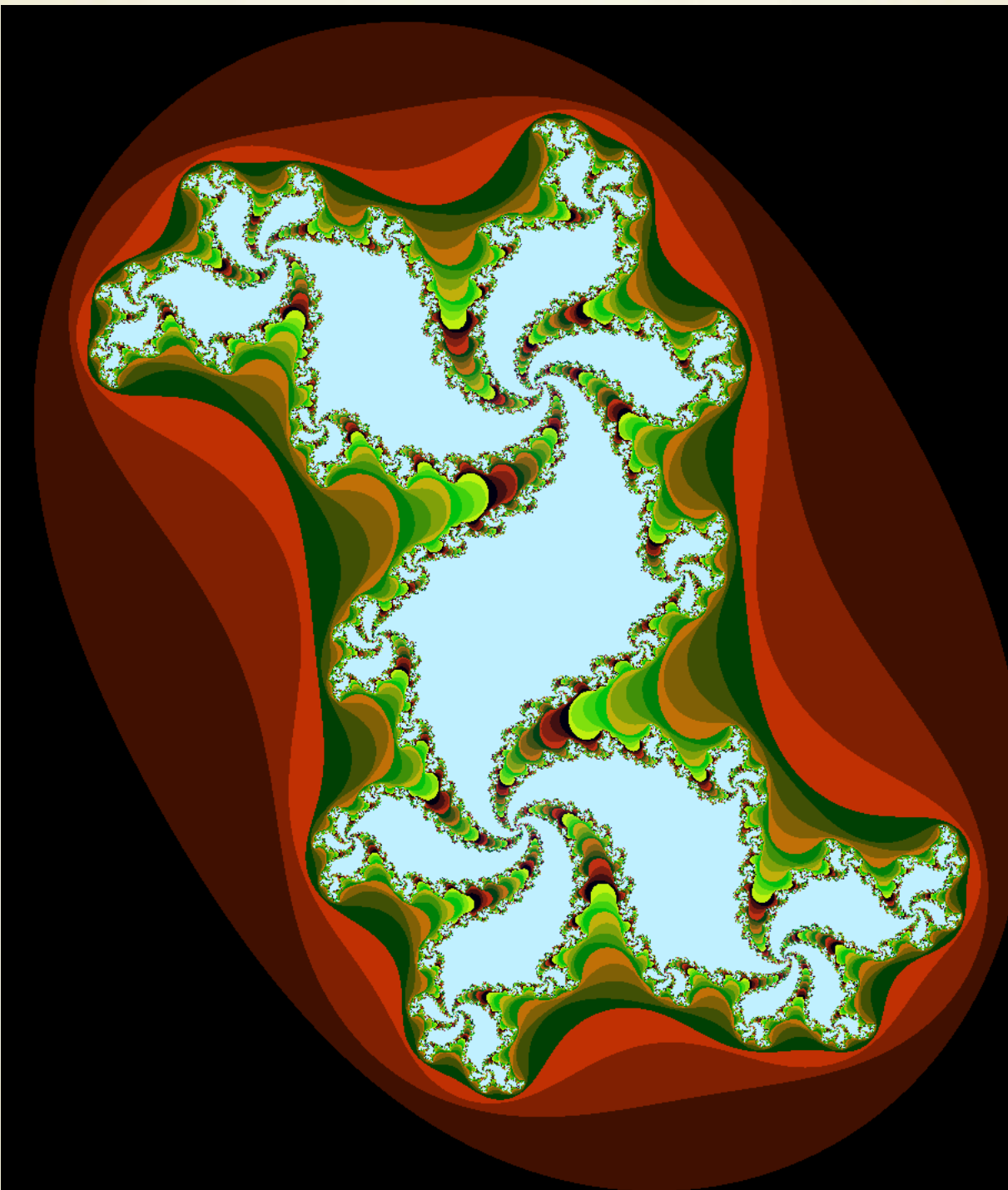


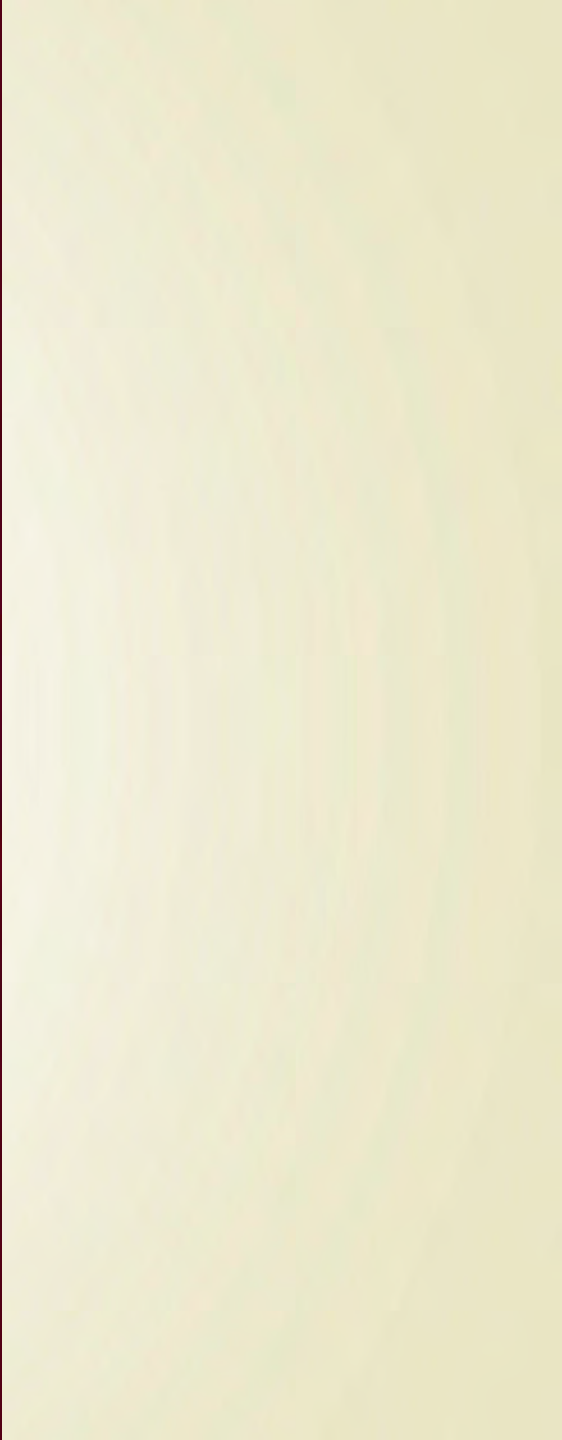
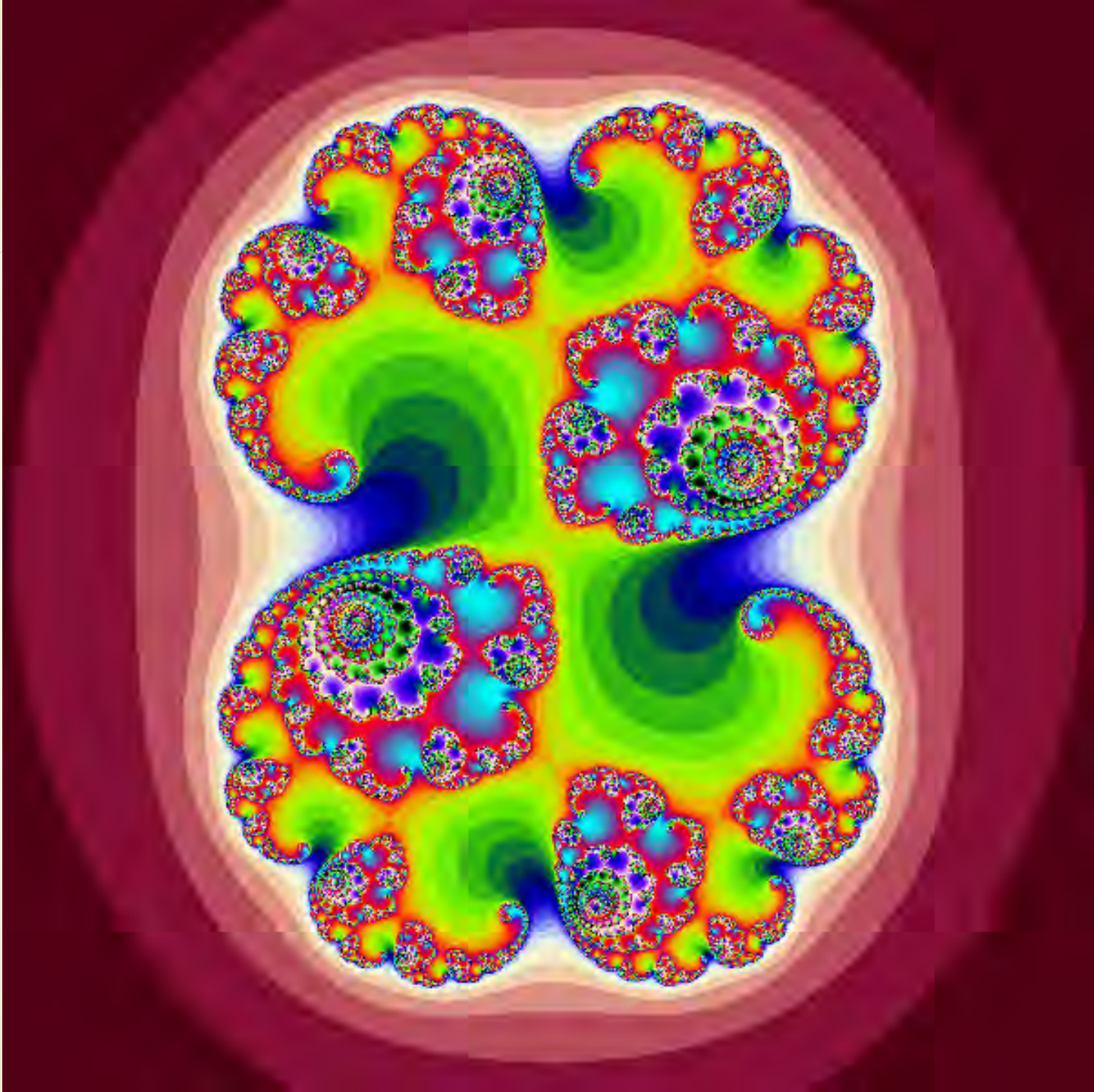


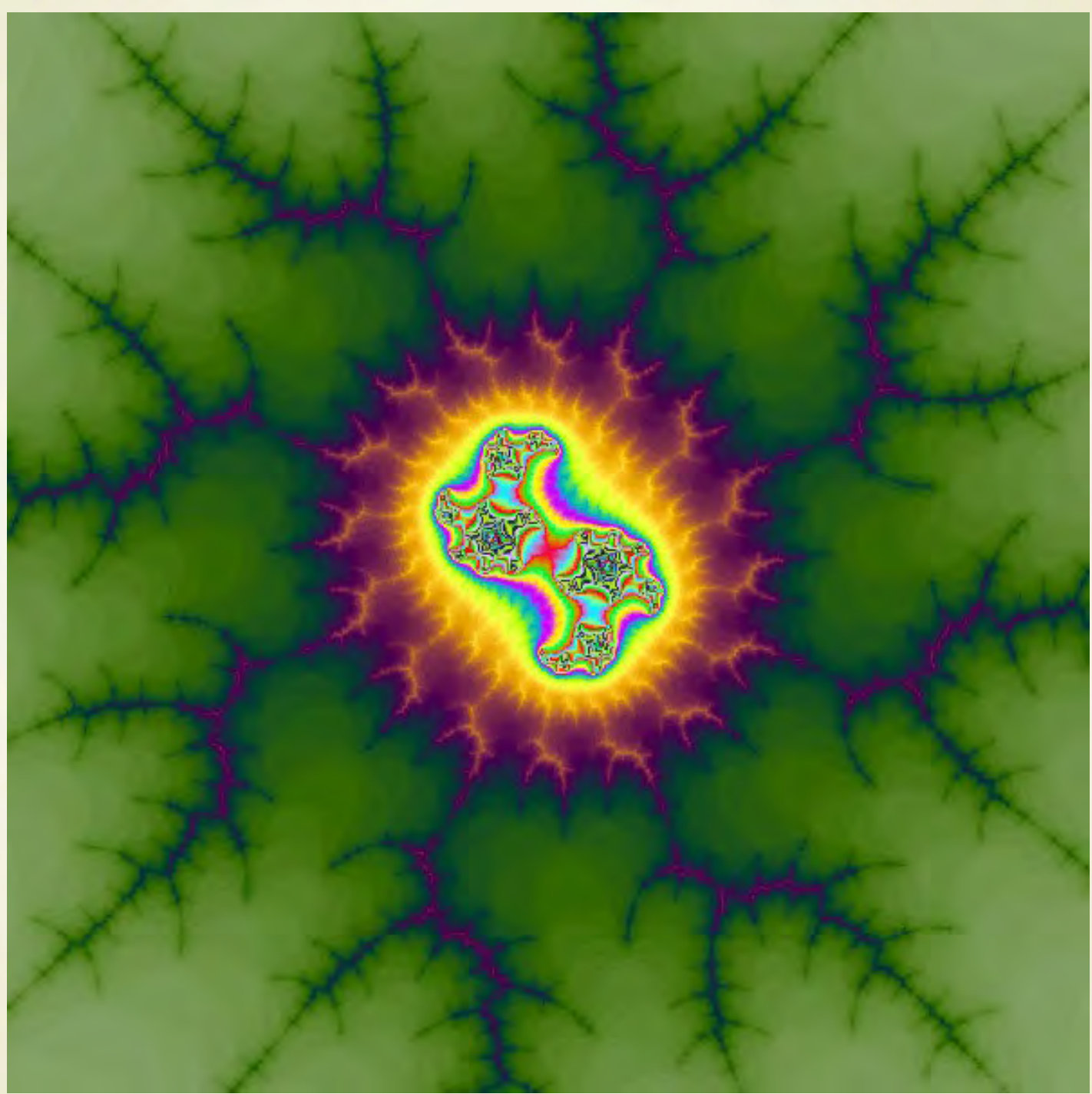
- ▶ Dans les années 1950 et 1960, Mandelbrot travaille pour IBM, où il utilise les premiers ordinateurs pour étudier des formes mathématiques complexes. Il remarque que beaucoup de phénomènes naturels sont irréguliers mais suivent malgré tout certaines règles.
- ▶ Les fractales sont des figures qui se répètent à différentes échelles : lorsqu'on zoome, on retrouve des motifs similaires. Elles sont donc auto similaires mais aussi extrêmement complexes, infiniment détaillées et ont une dimension non entière.
- ▶ Le mathématicien Gaston Julia (1893-1978) a étudié dès les années 1910 les suites de nombres complexes. Les célèbres « **ensembles de Julia** » ont inspiré Mandelbrot.
- ▶ L'objet mathématique le plus célèbre de Mandelbrot est :
l'ensemble de Mandelbrot
- ▶ En mathématique, l'ensemble de Mandelbrot est une fractale définie comme l'ensemble des points c du plan complexe pour lesquels la suite de nombres complexes définie par récurrence par la formule ci-dessous est bornée.

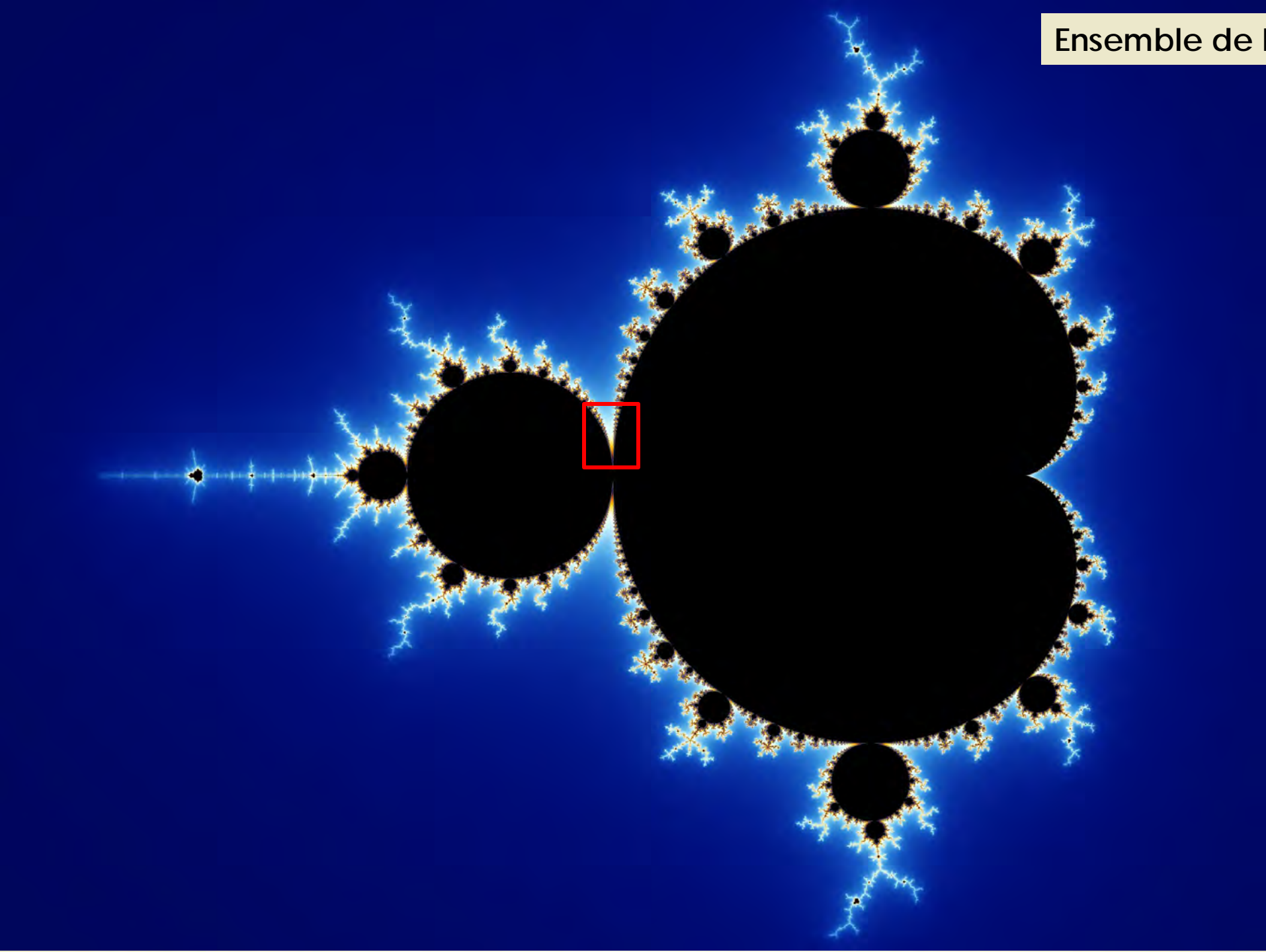
$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$$

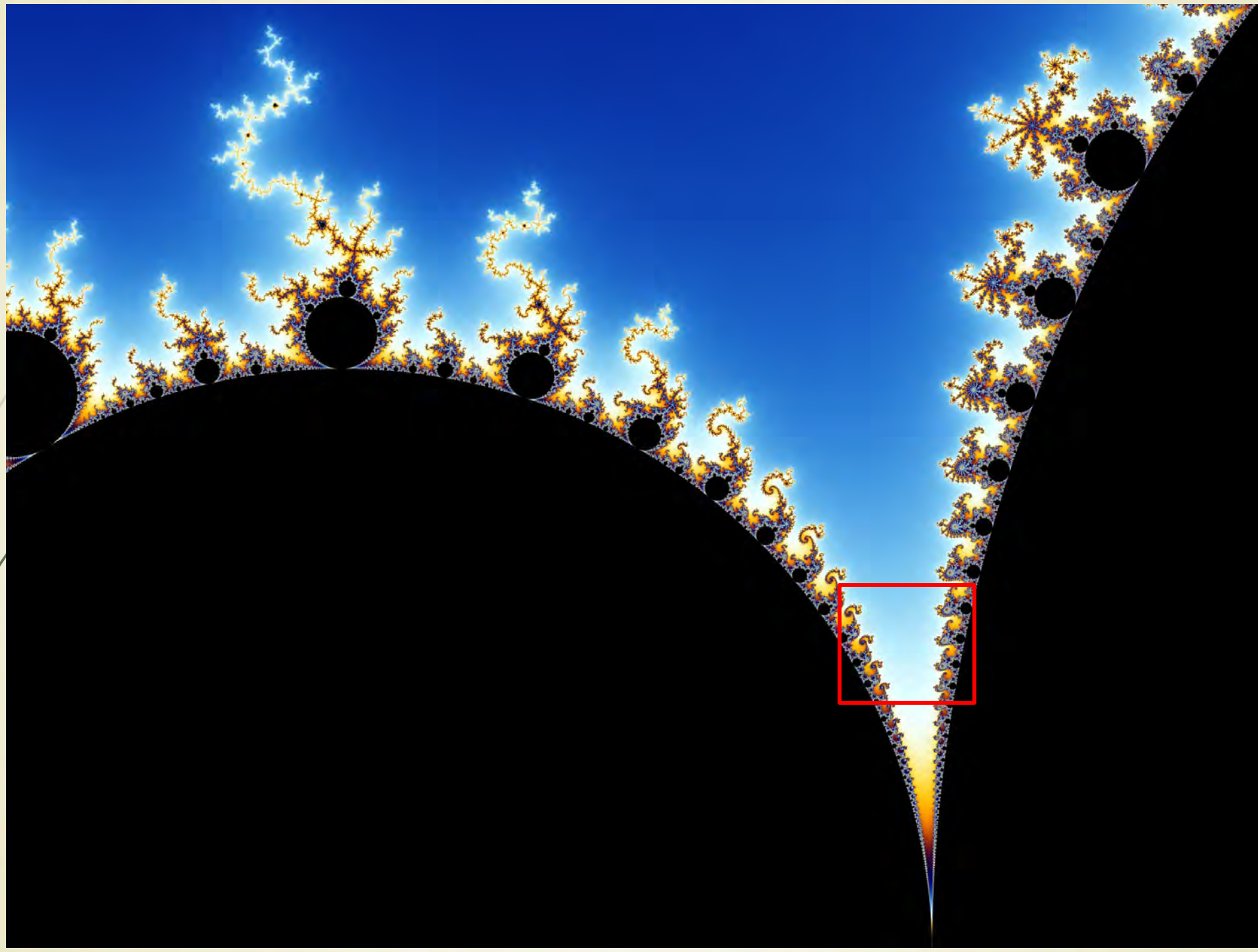
Ensemble de Julia

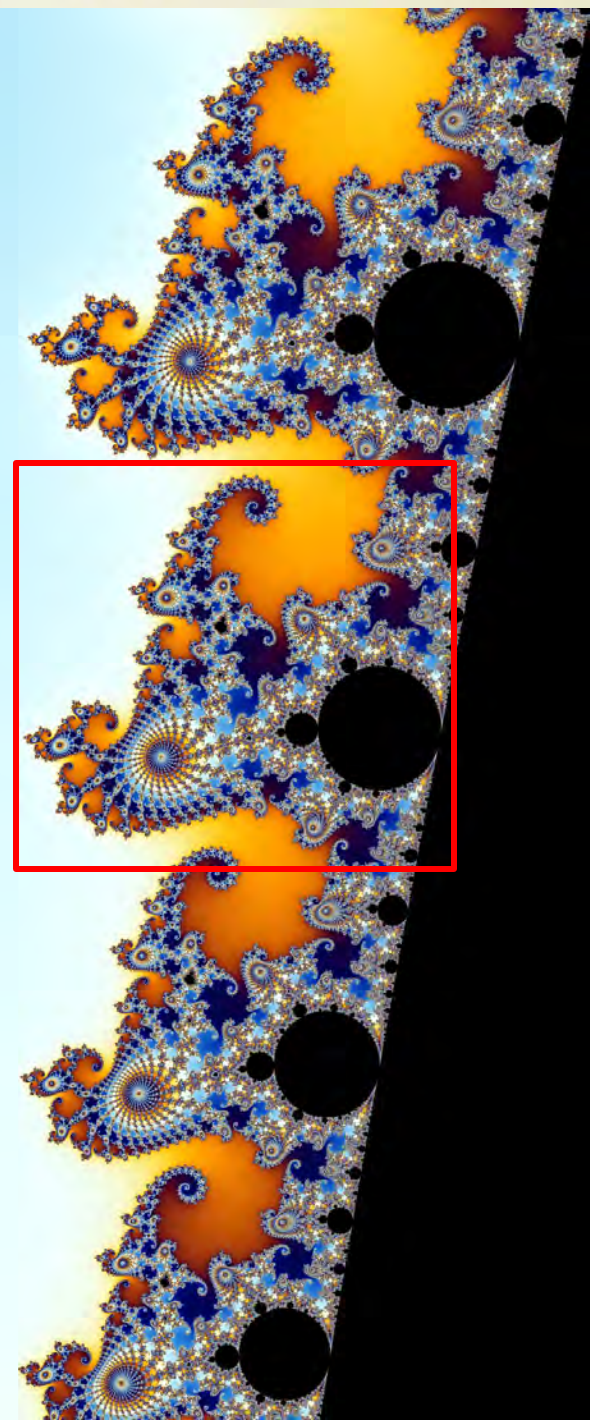
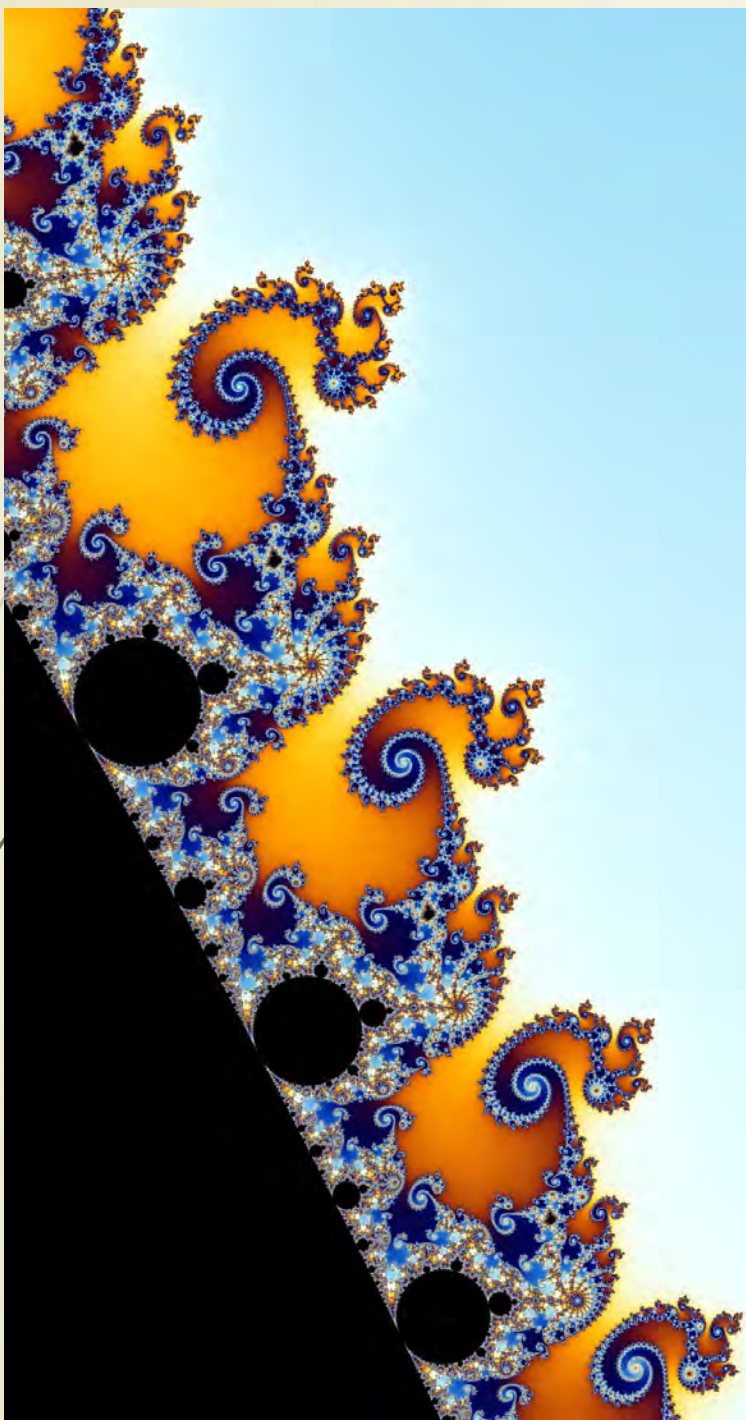


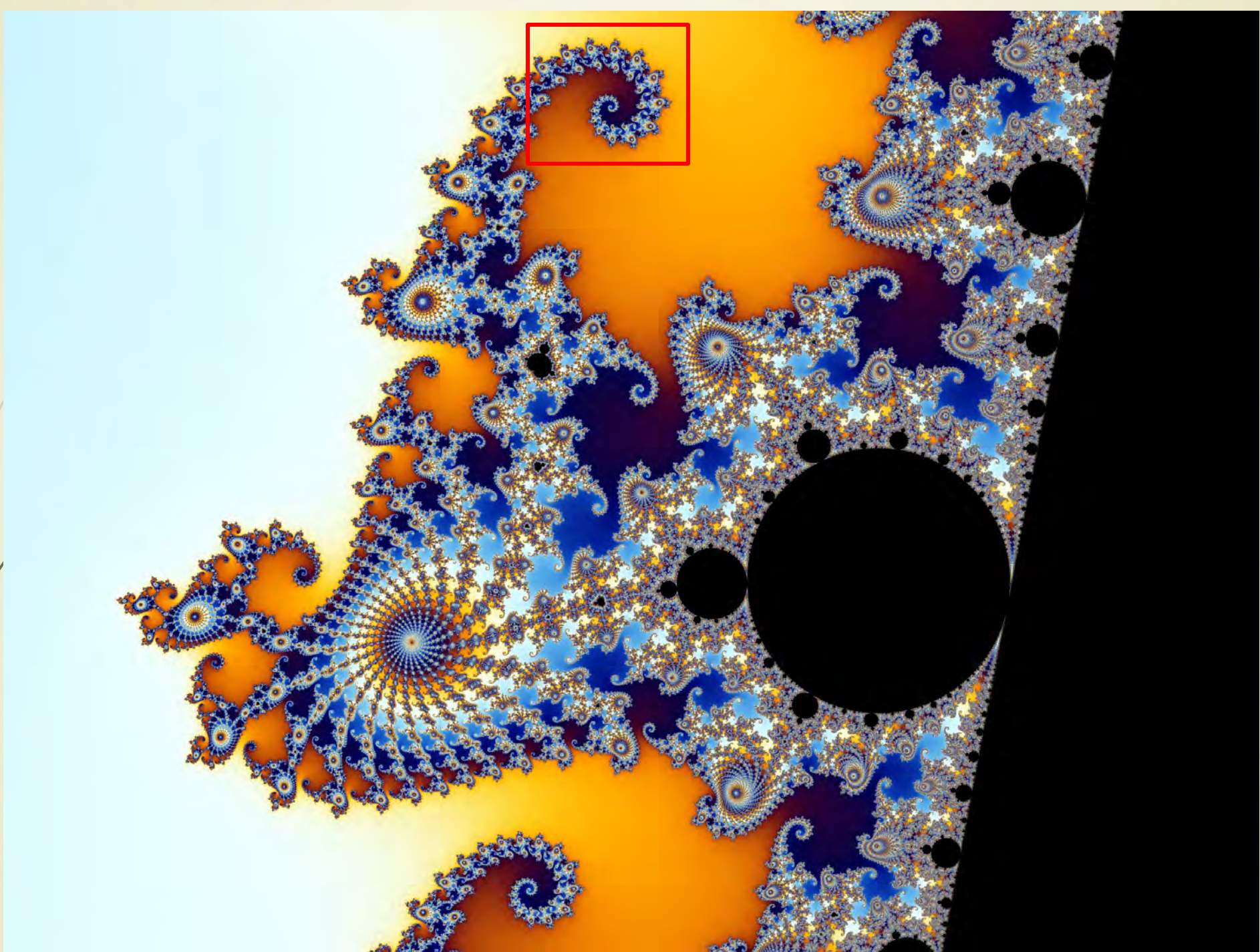


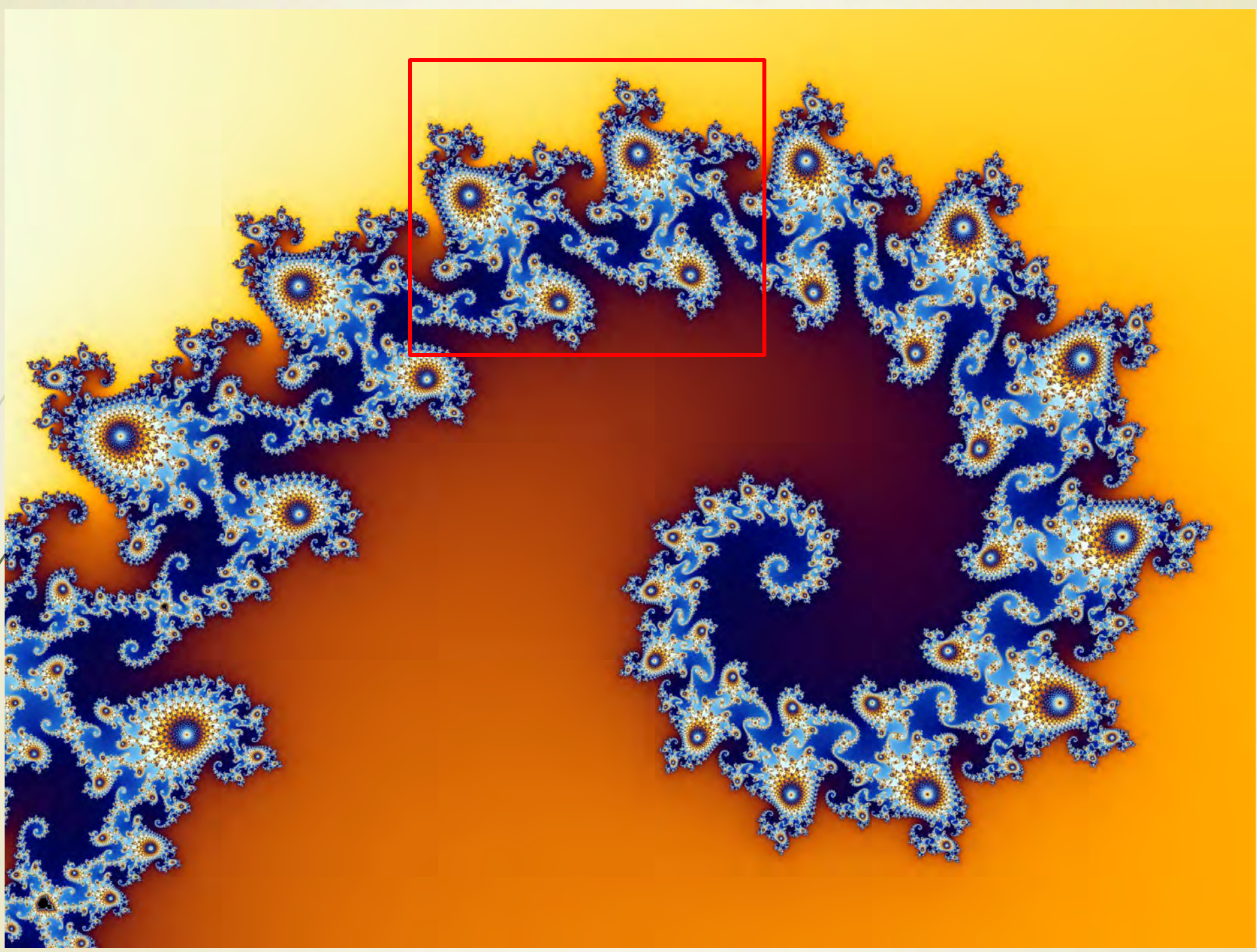


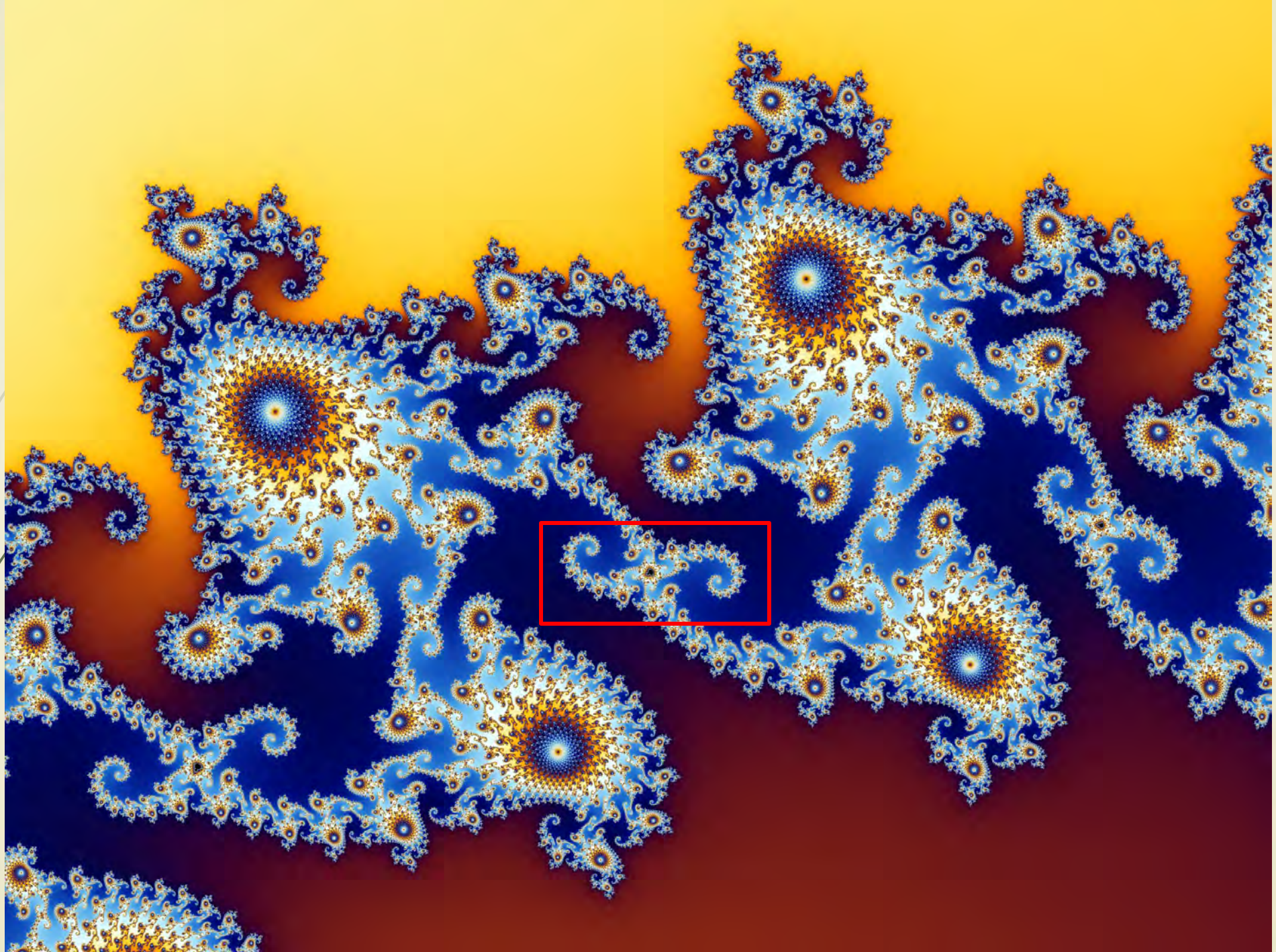


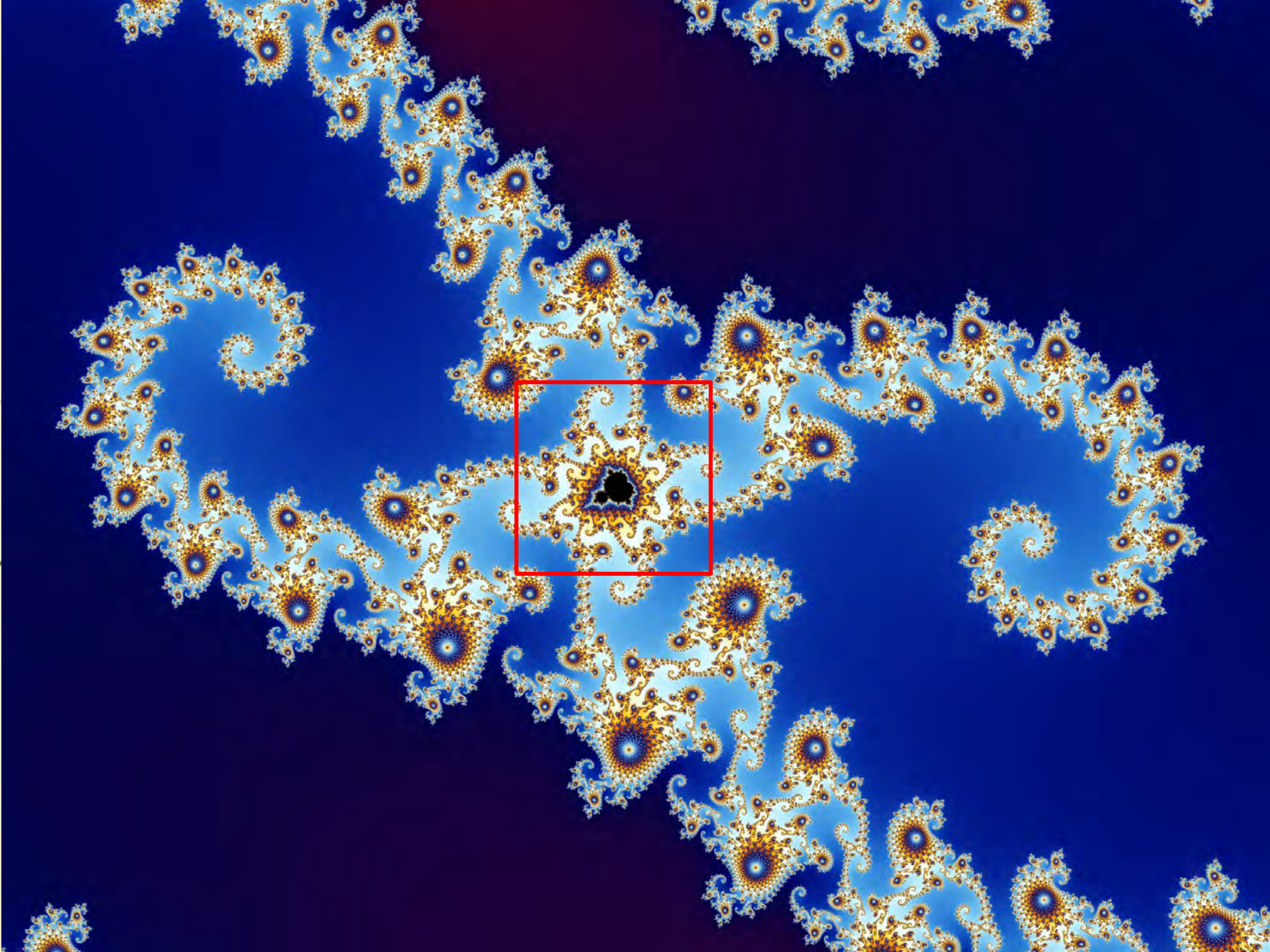


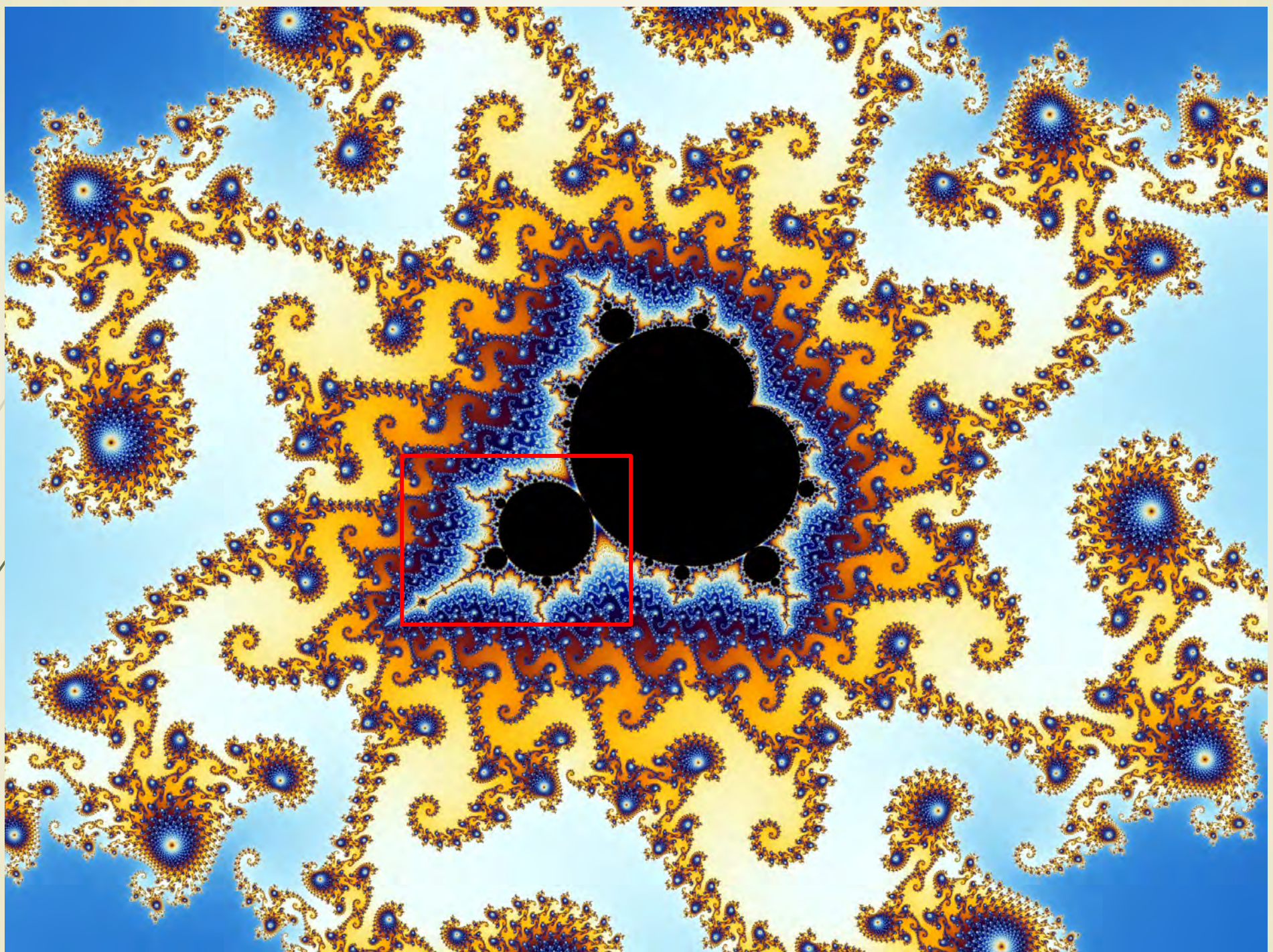


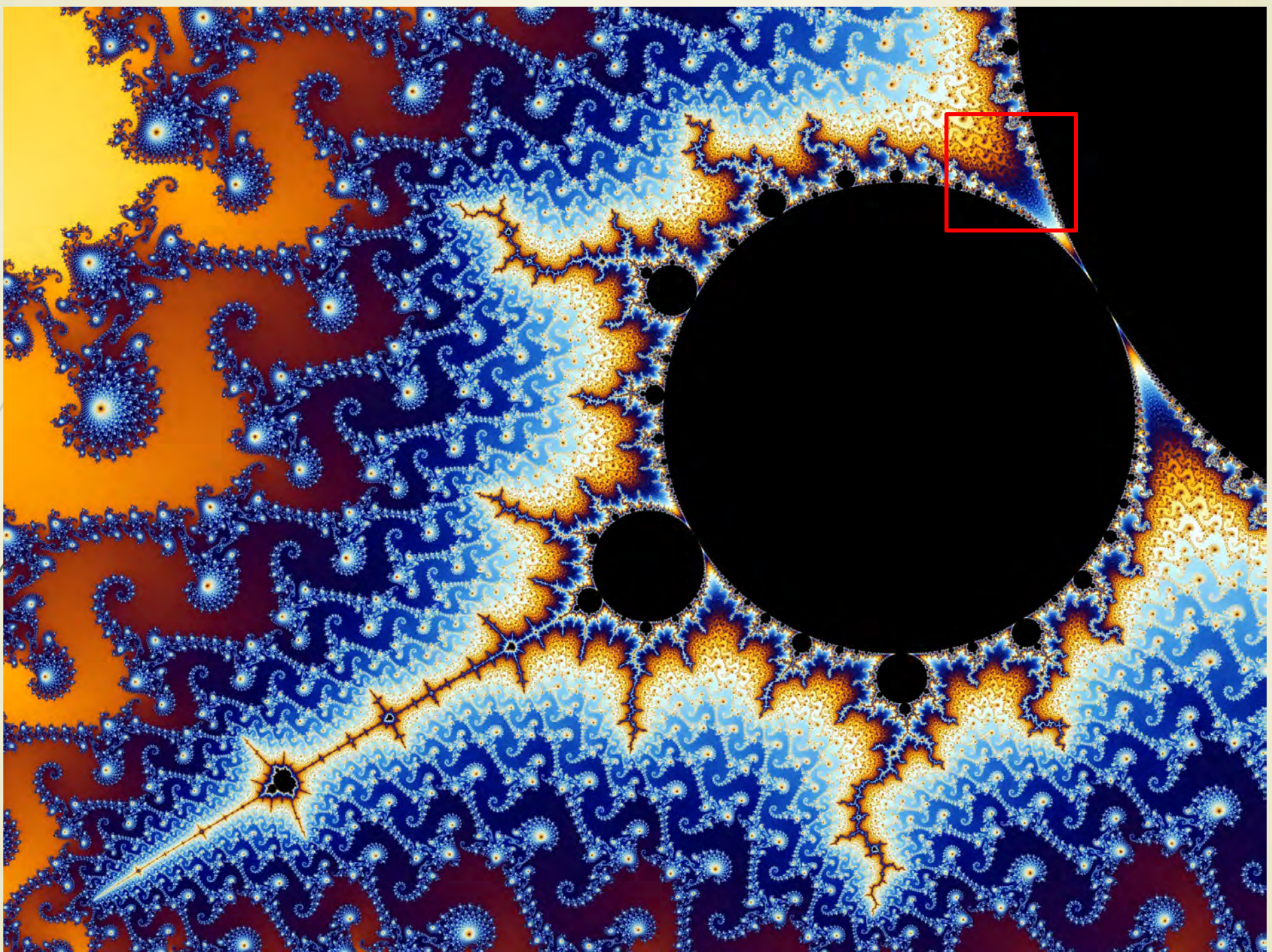


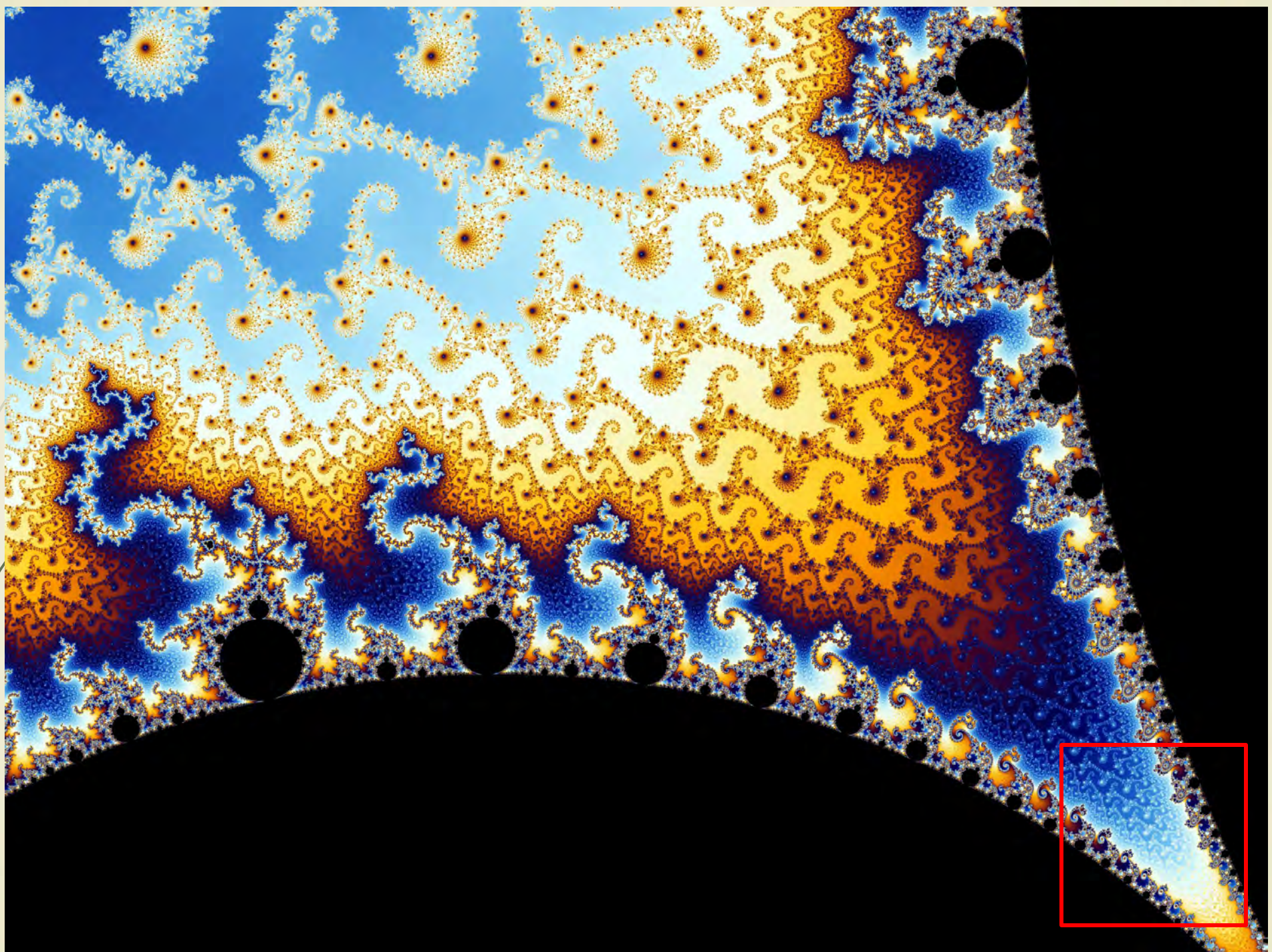


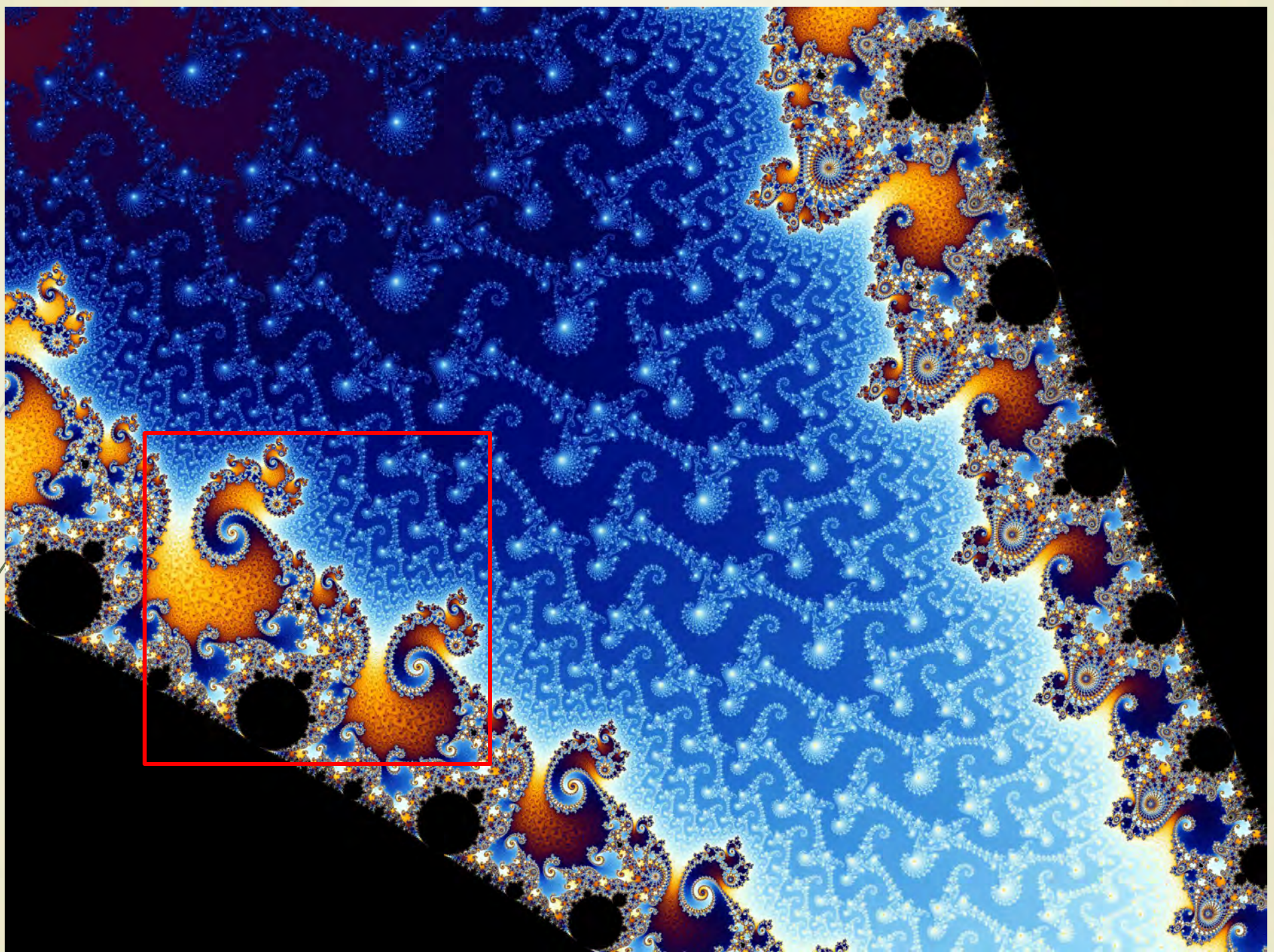


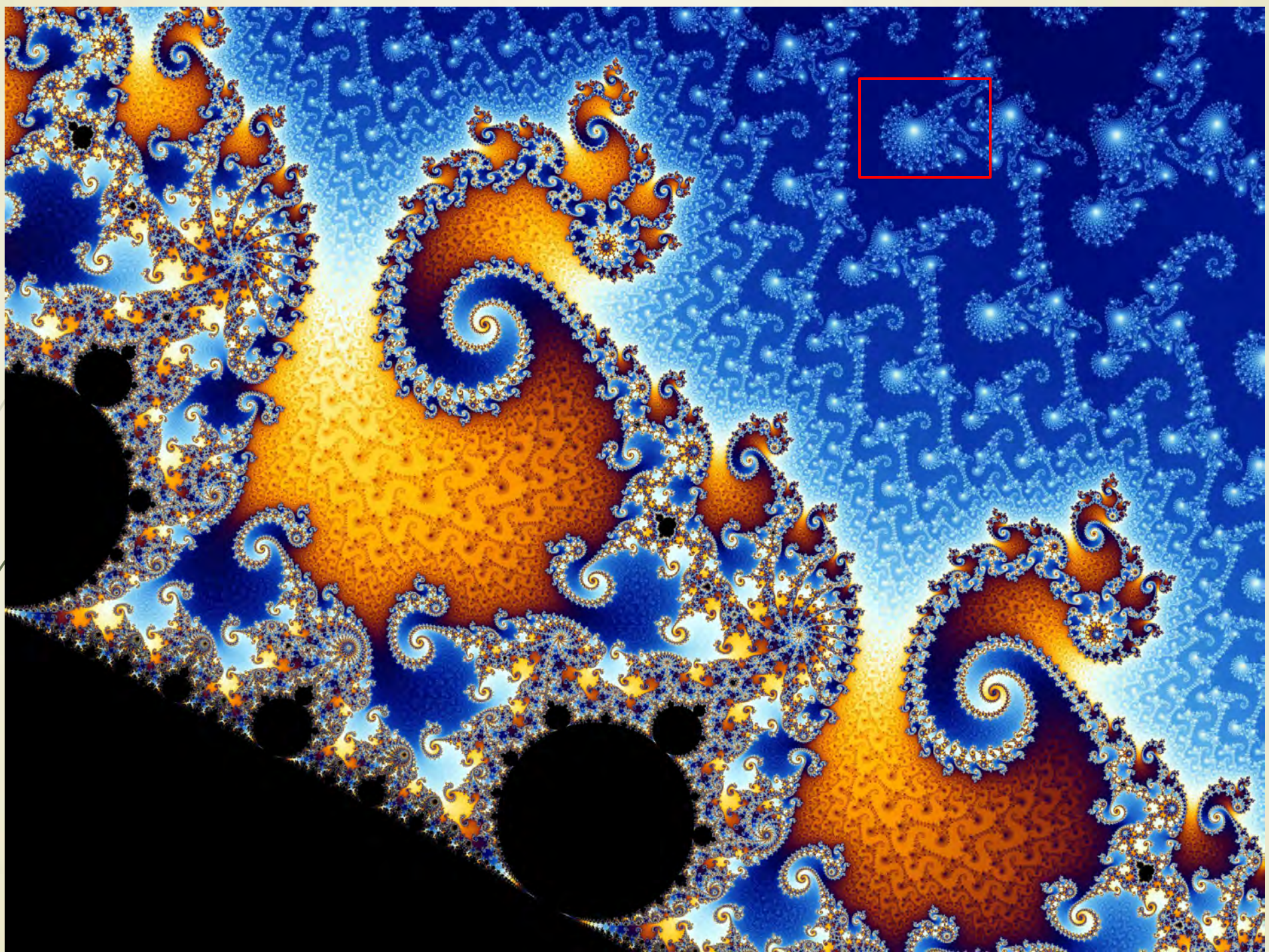


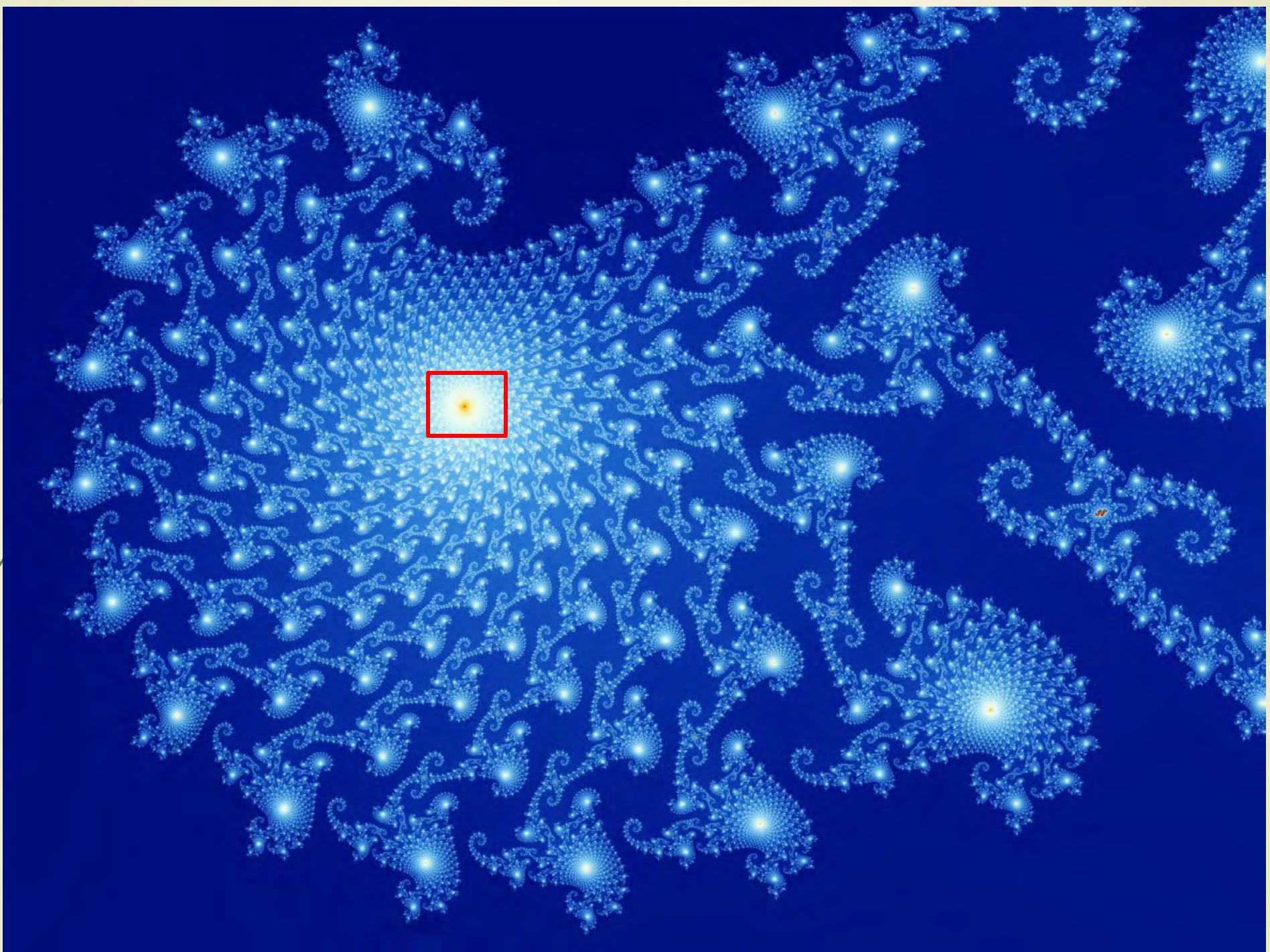


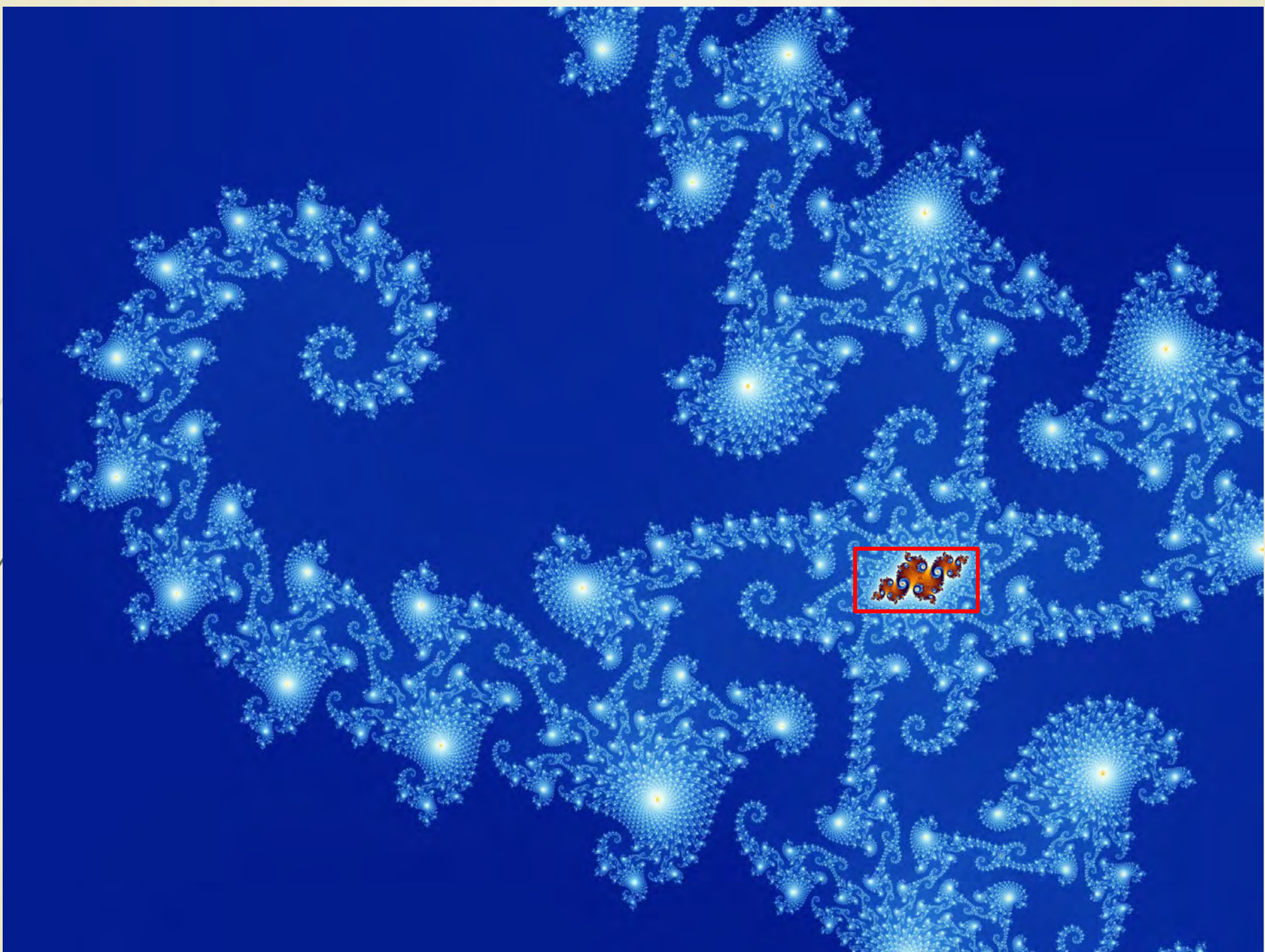


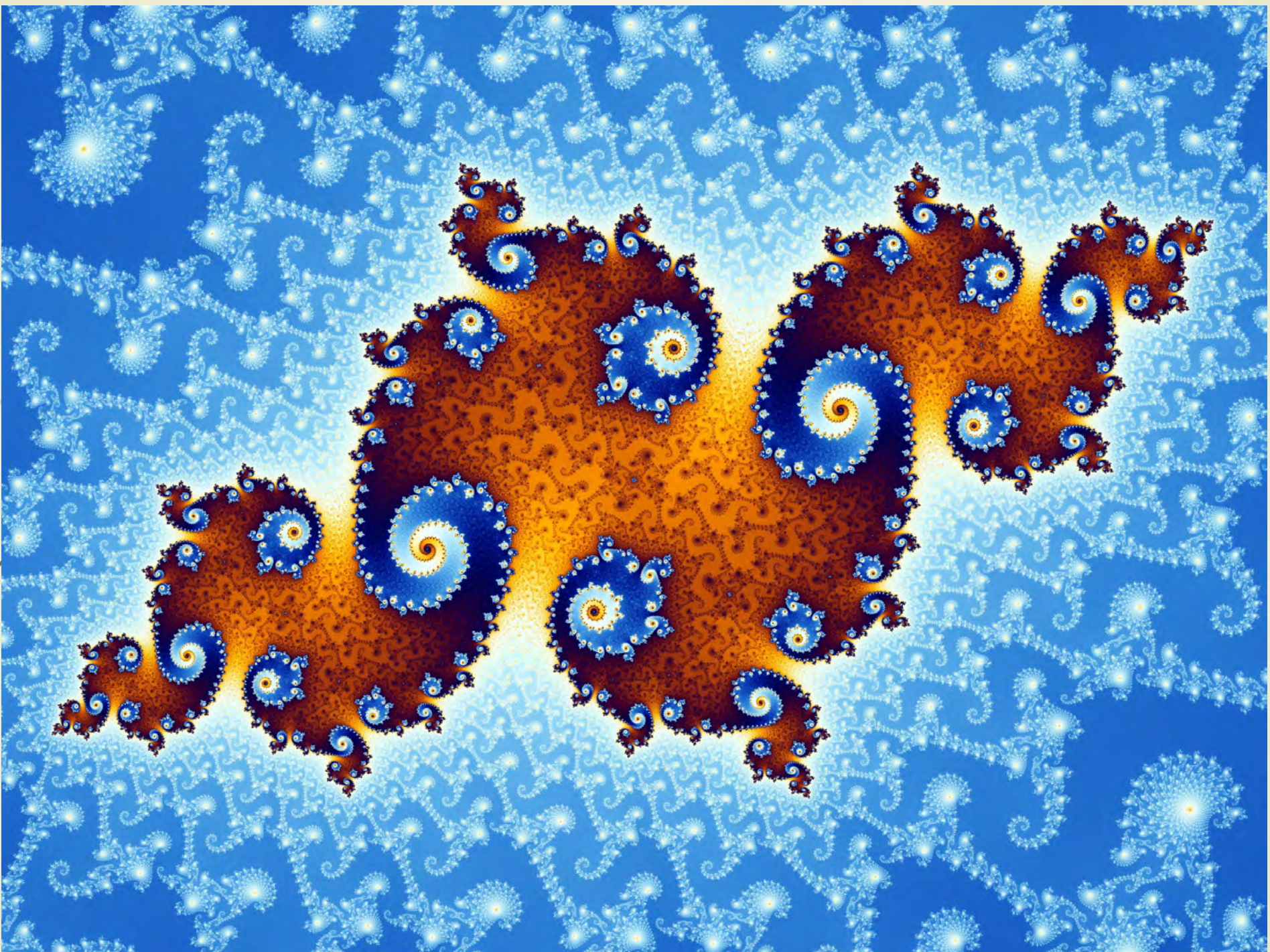


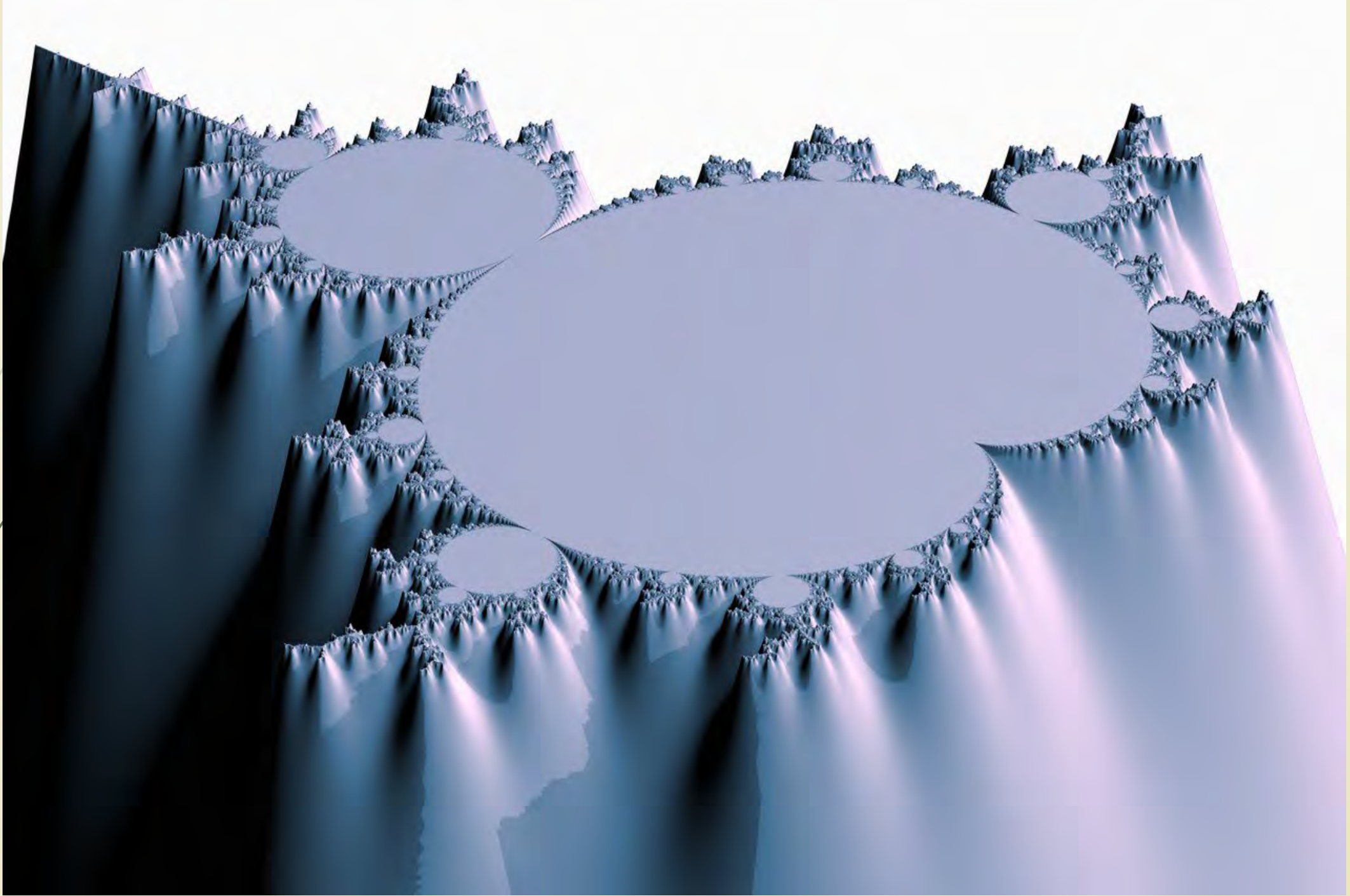


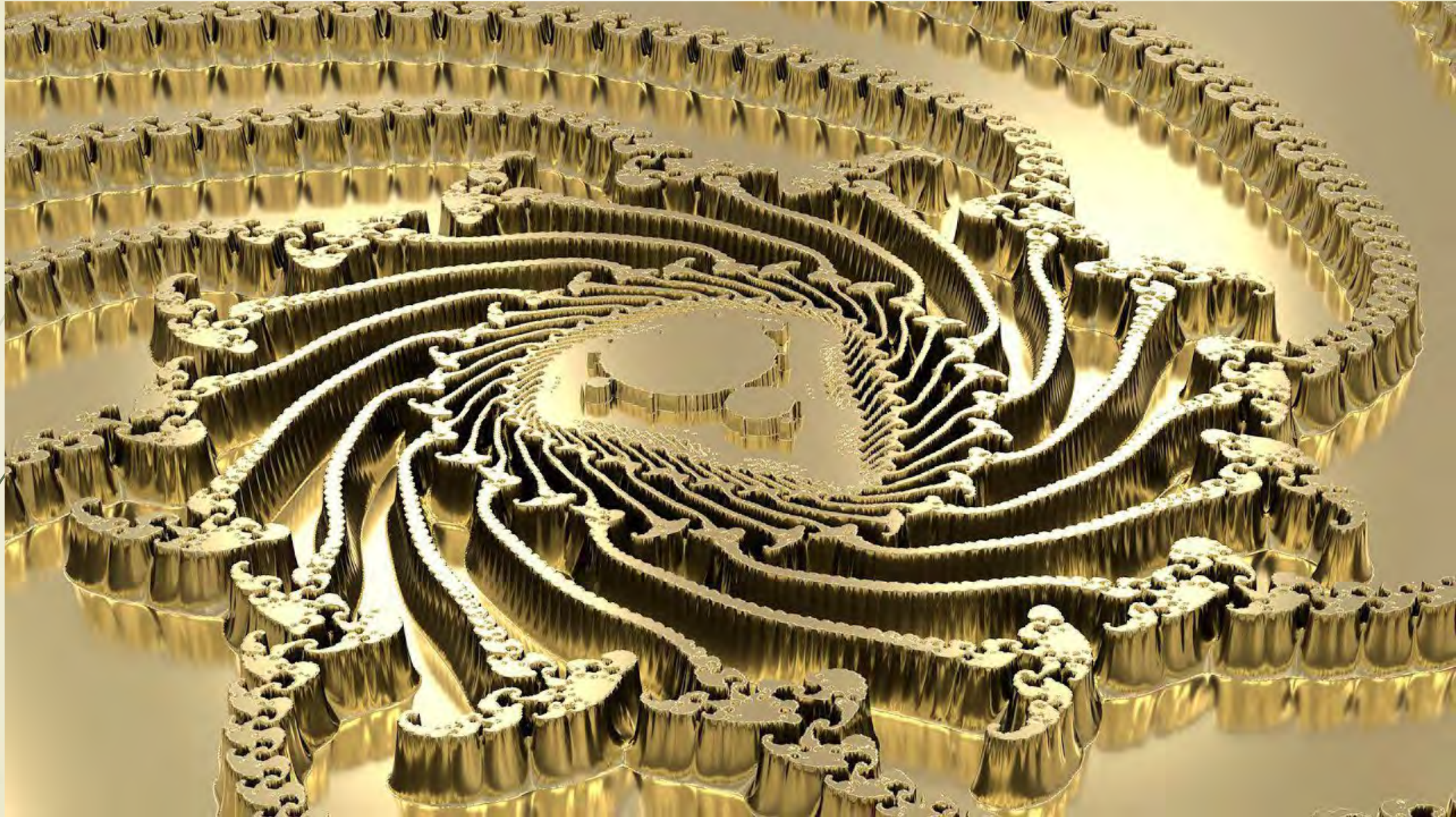


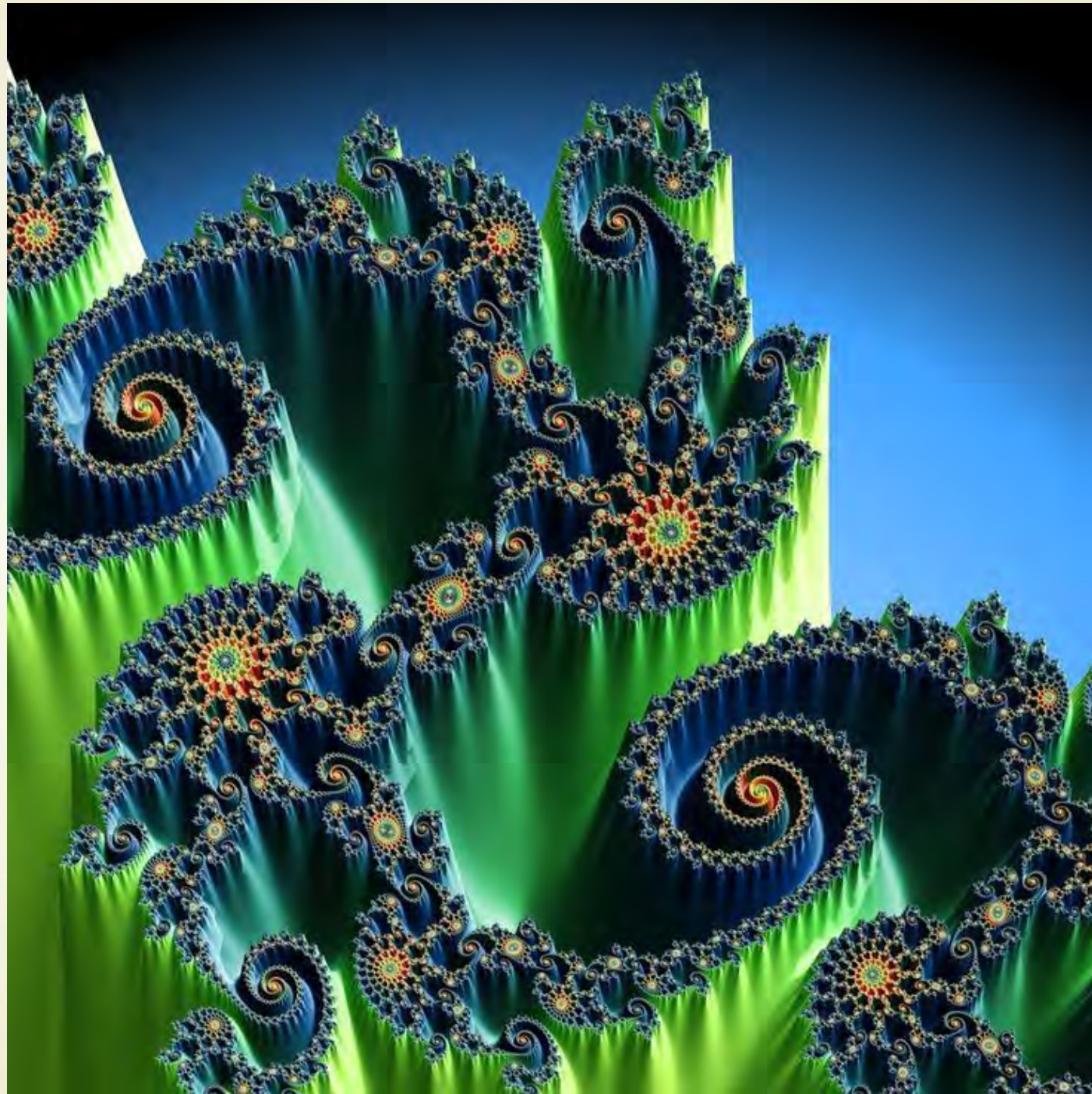


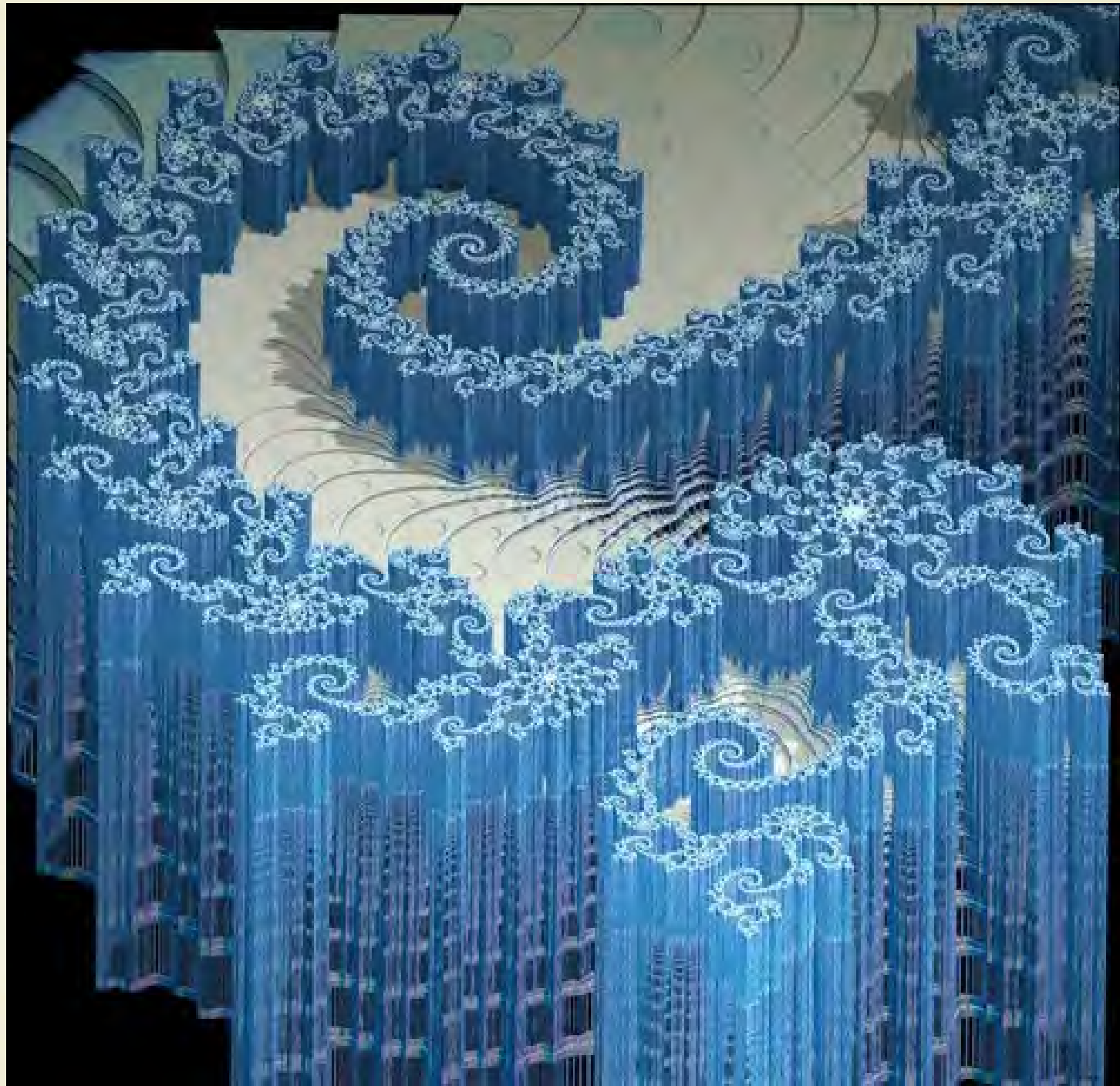










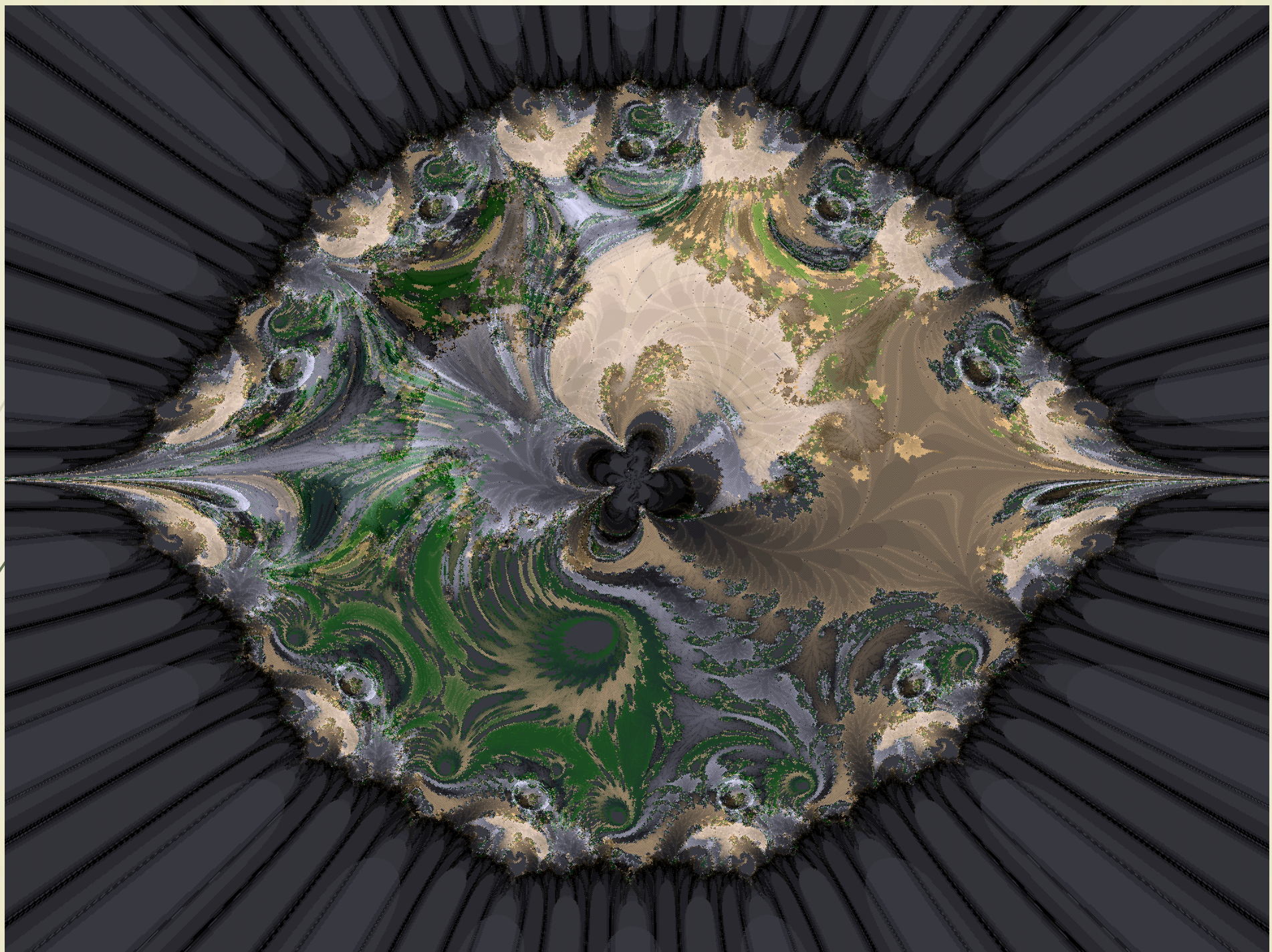


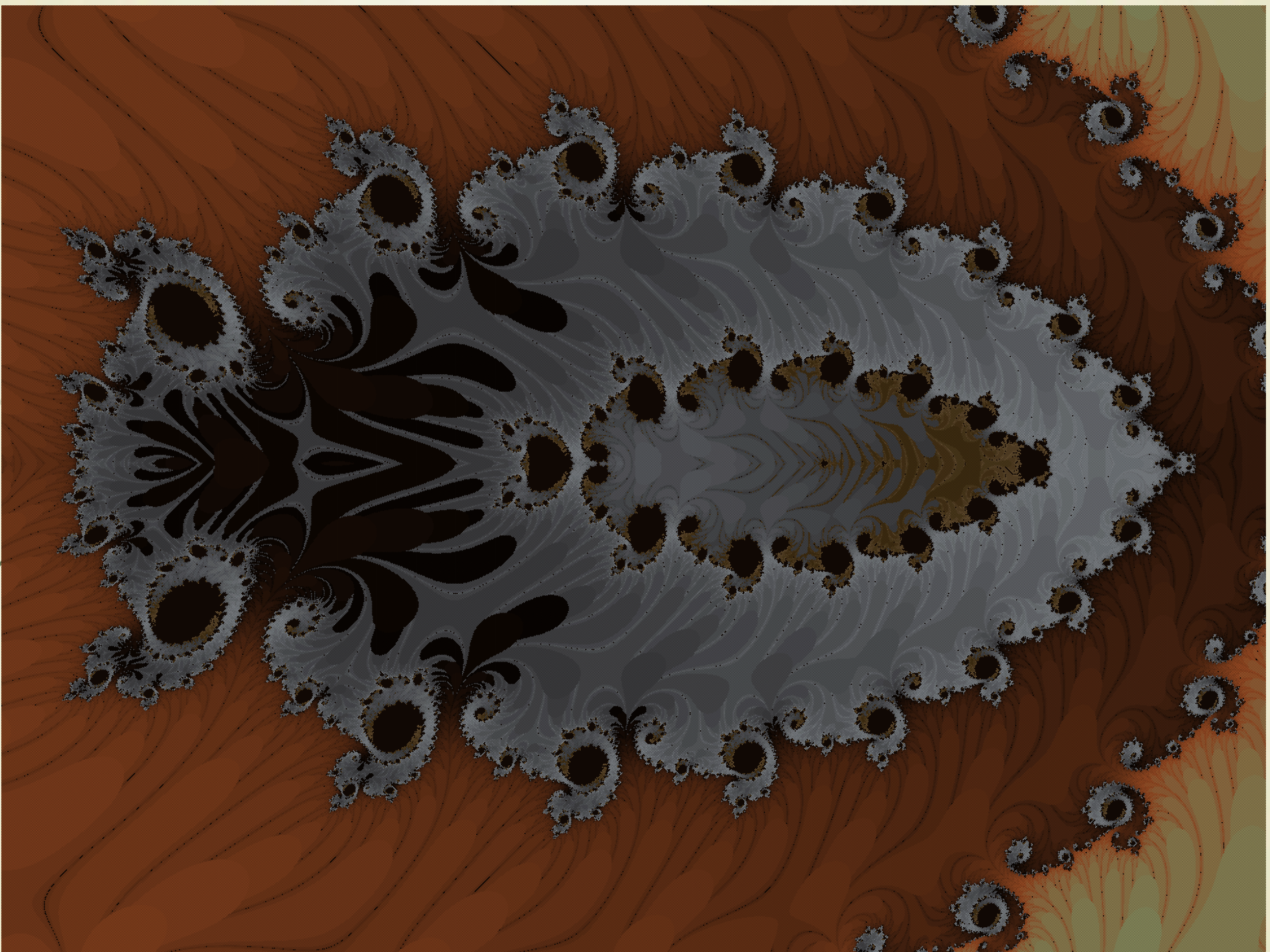


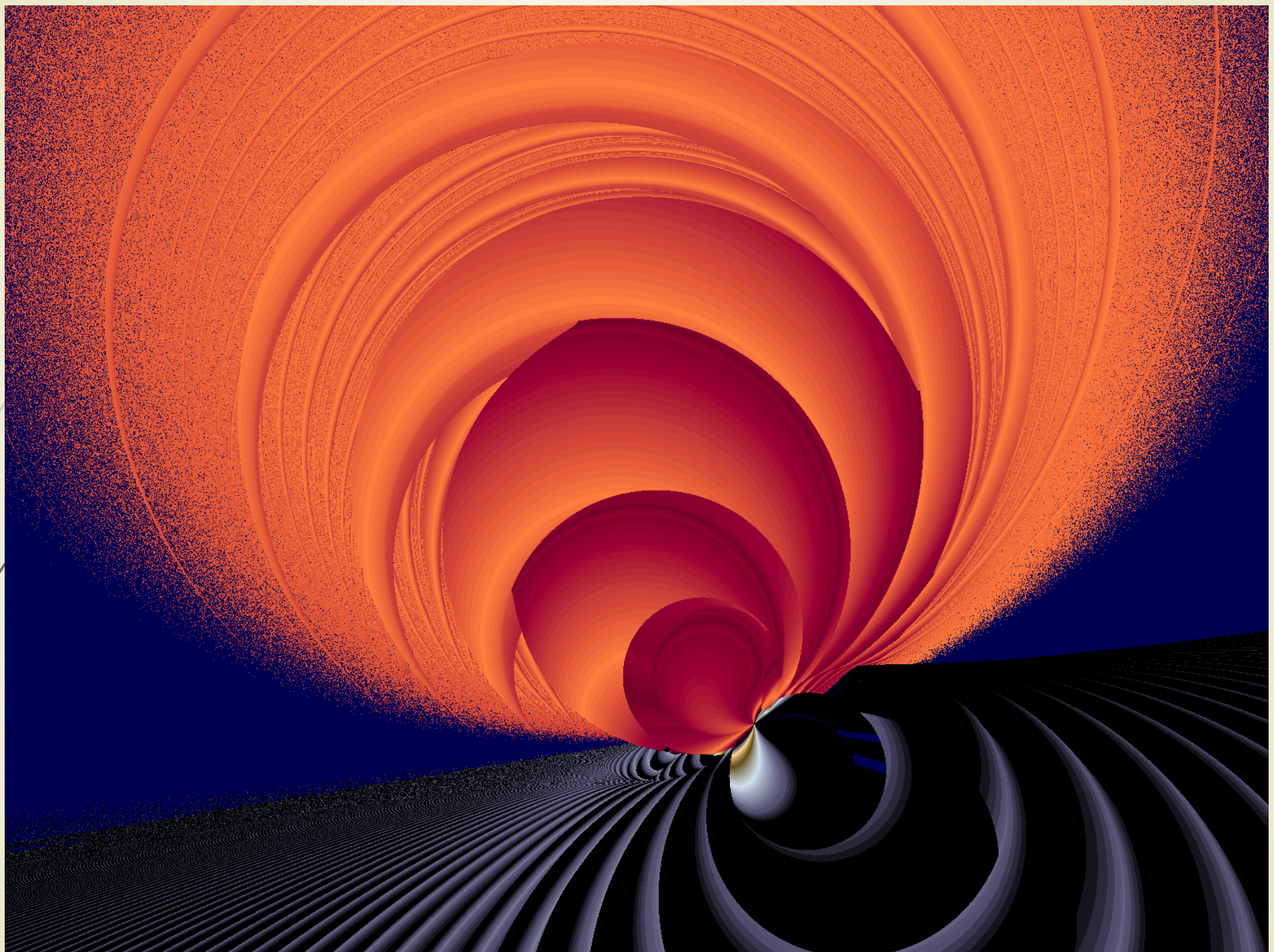
► Les fractales suivantes ont été créées avec le logiciel « FRACTINT »

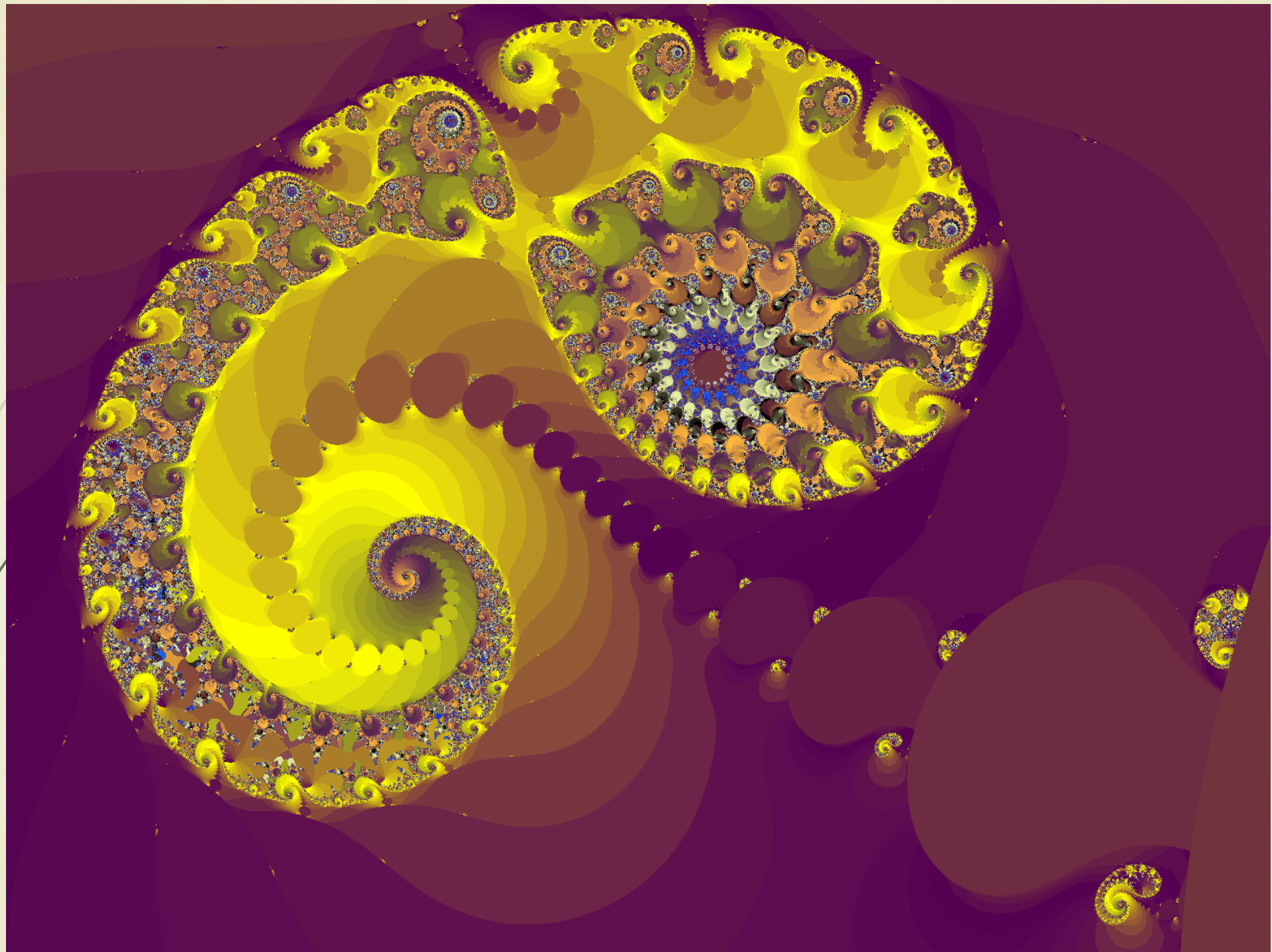


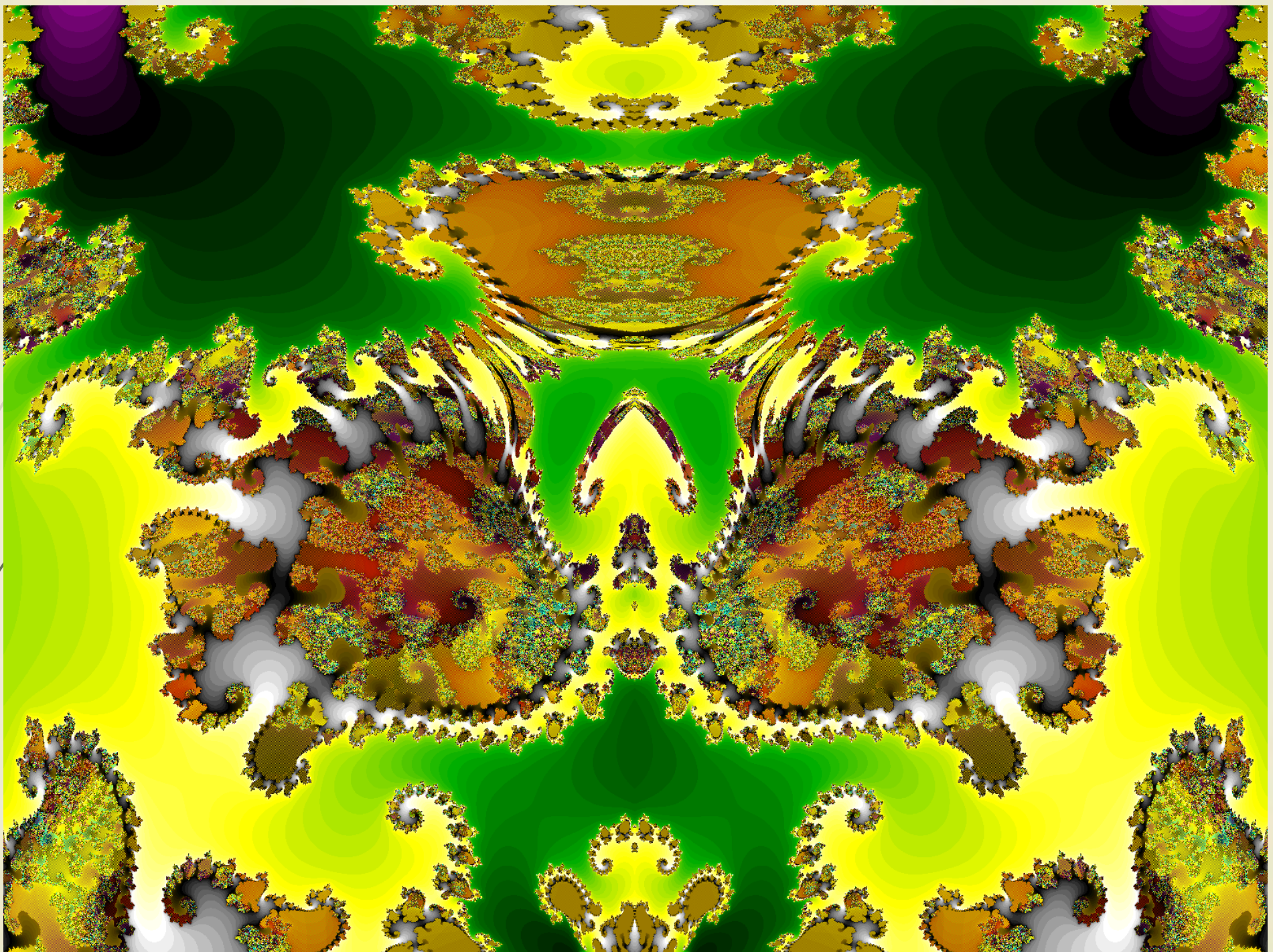


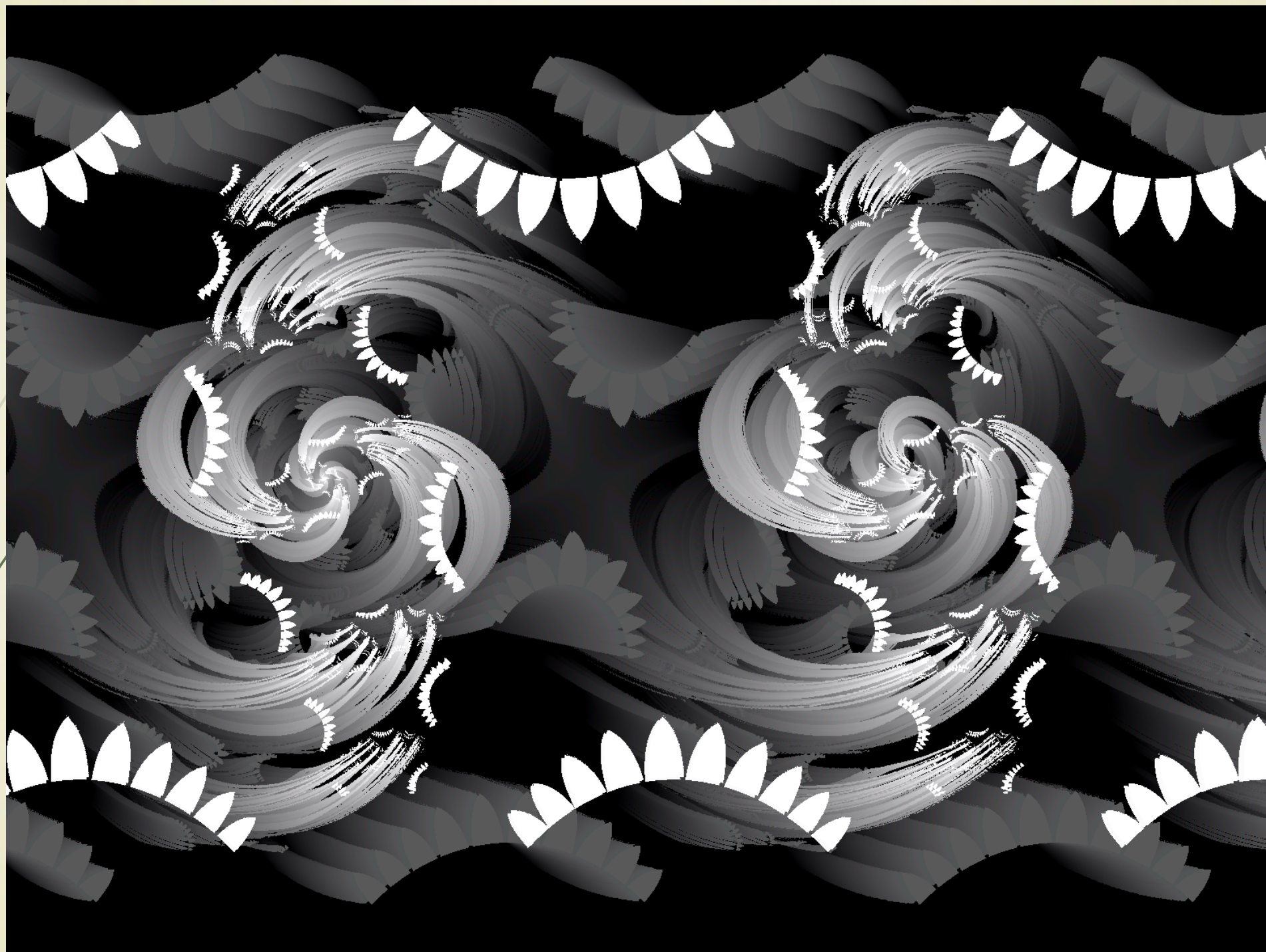


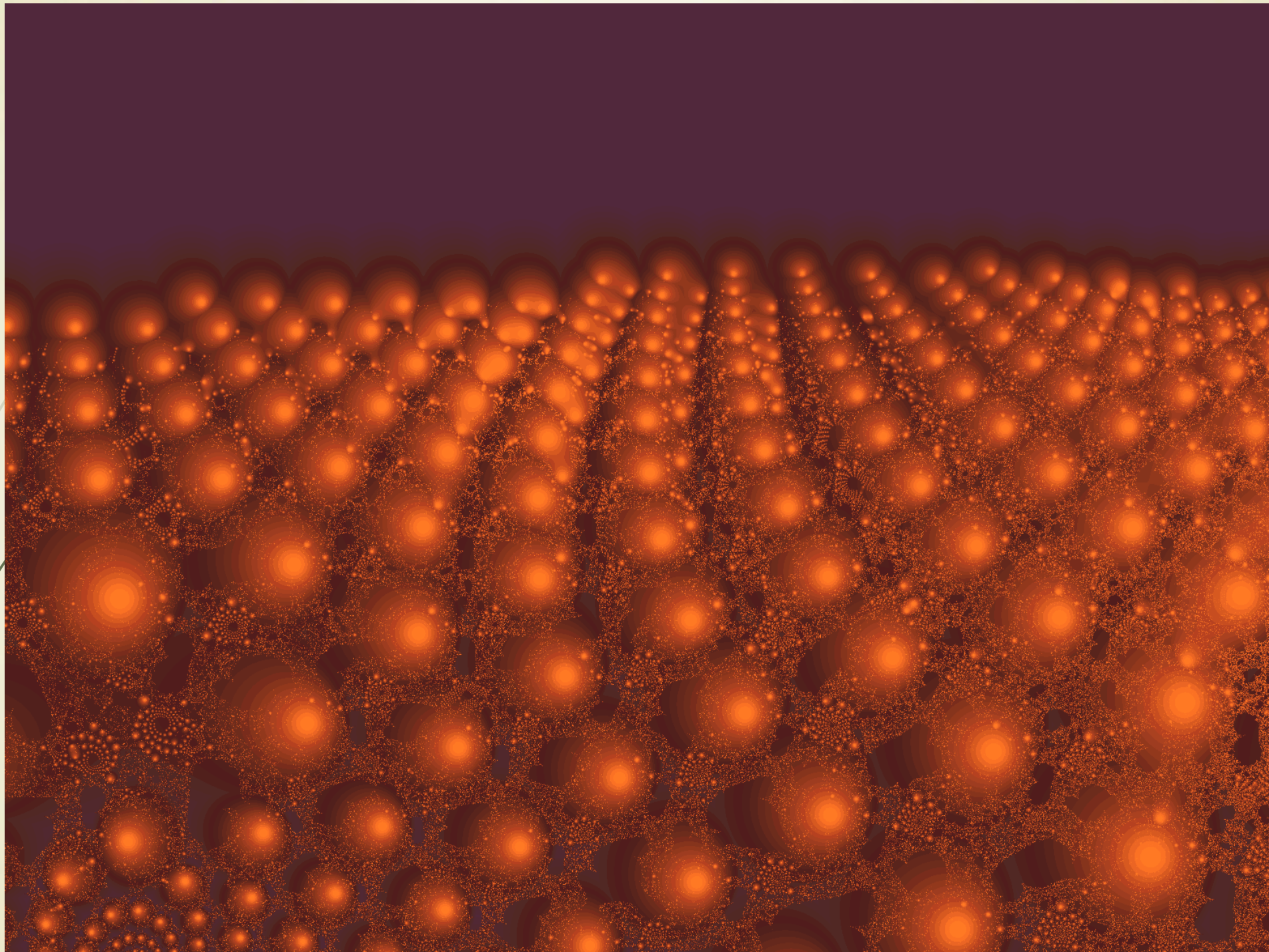


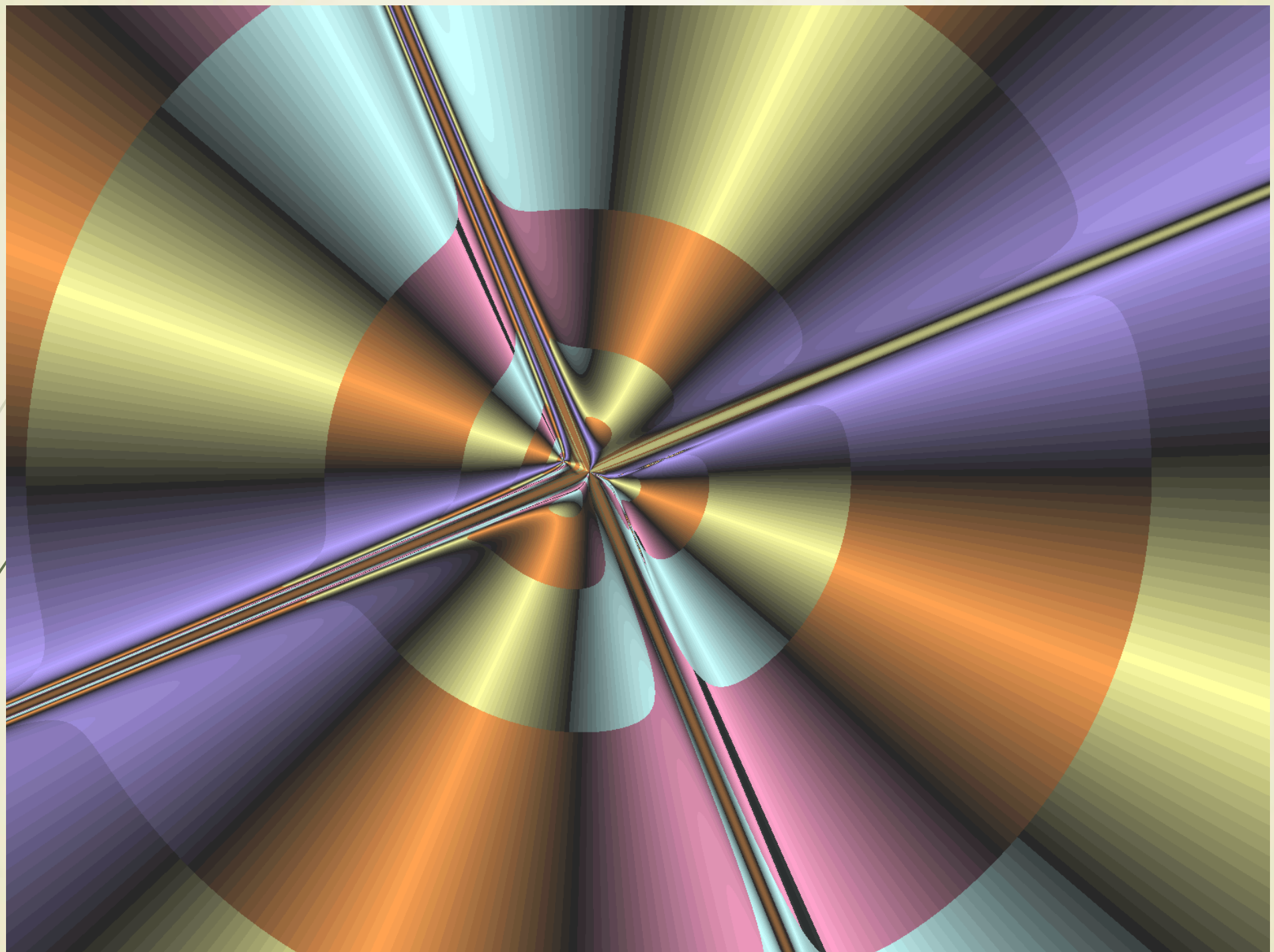


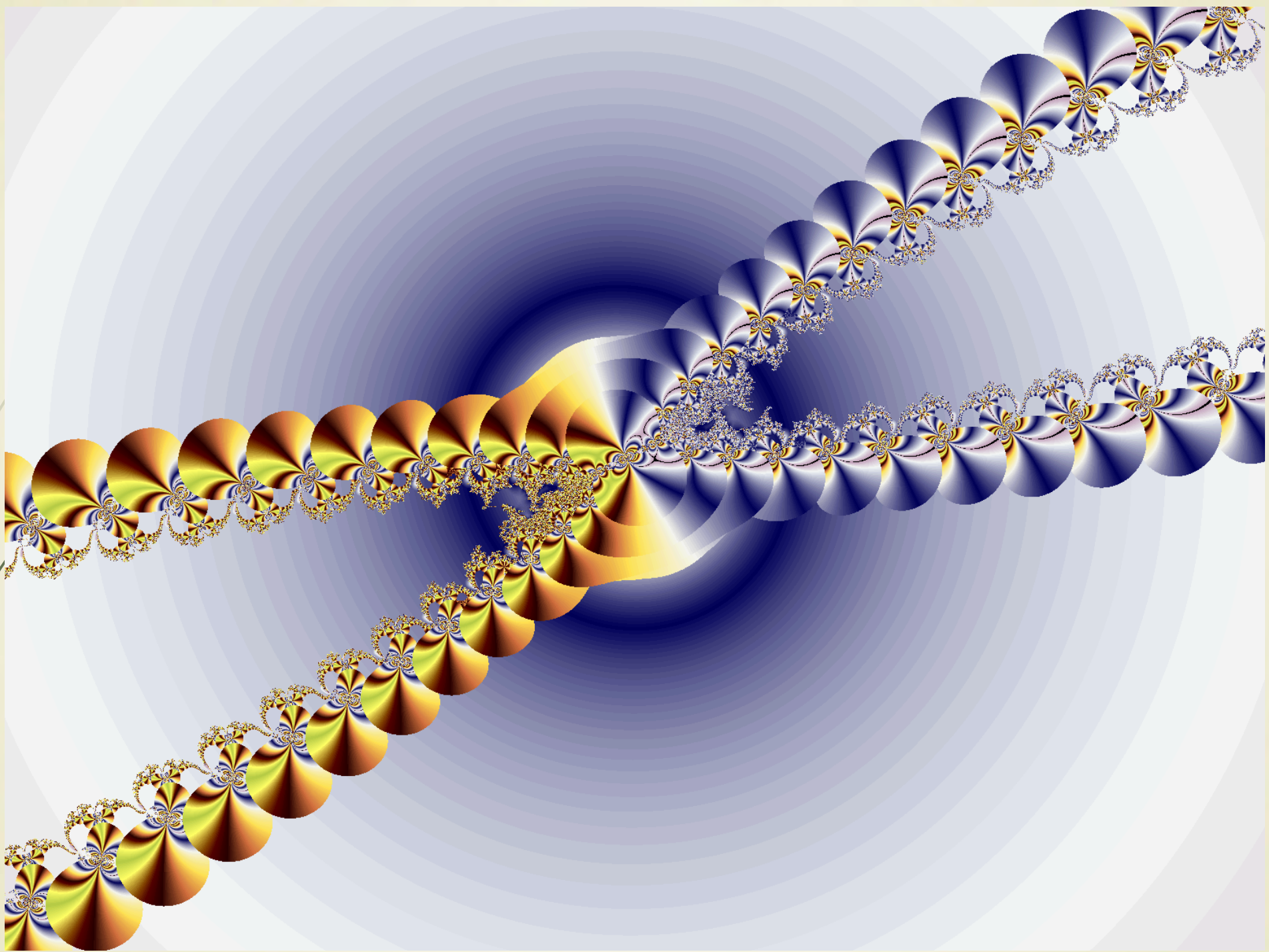


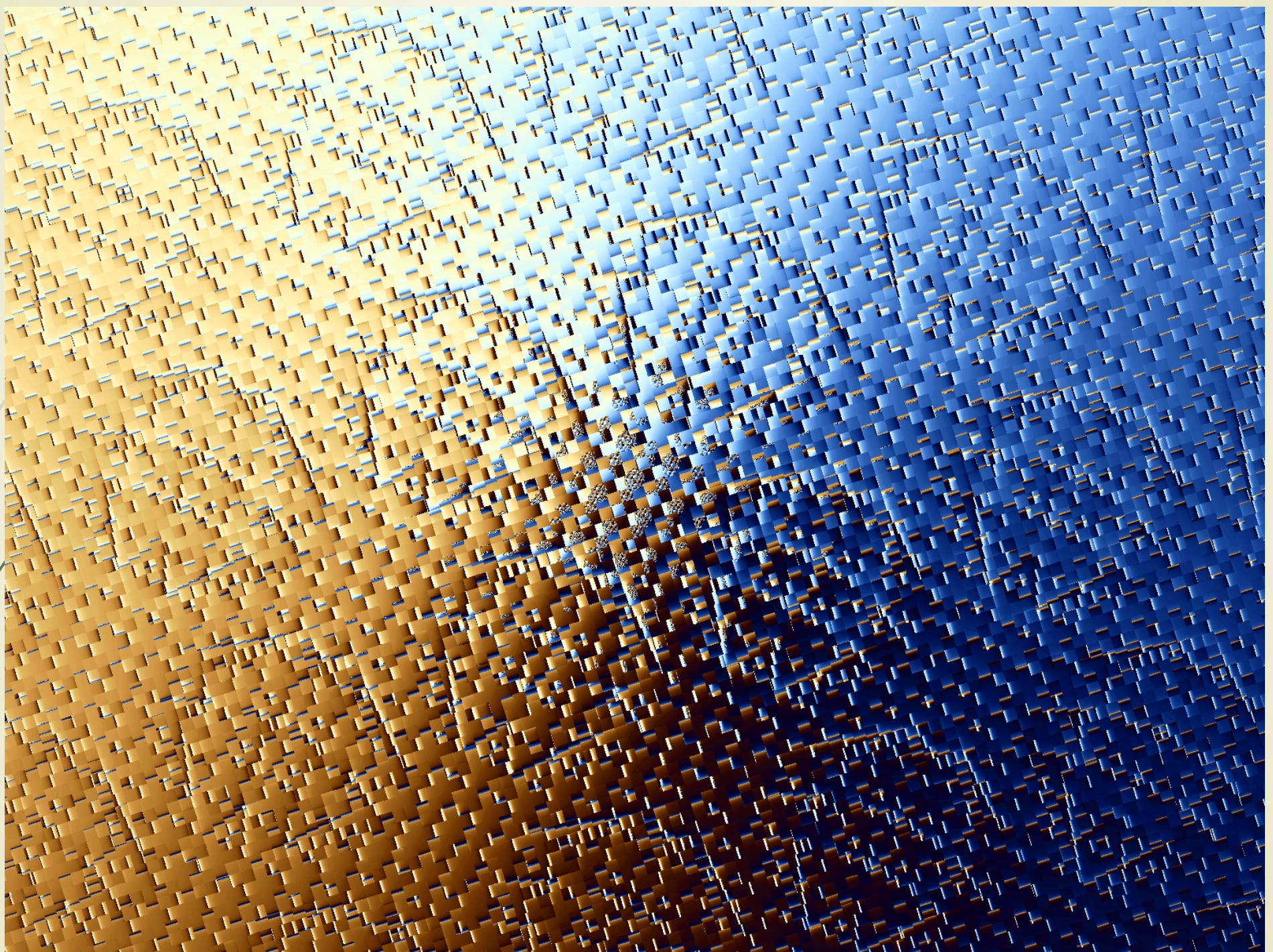




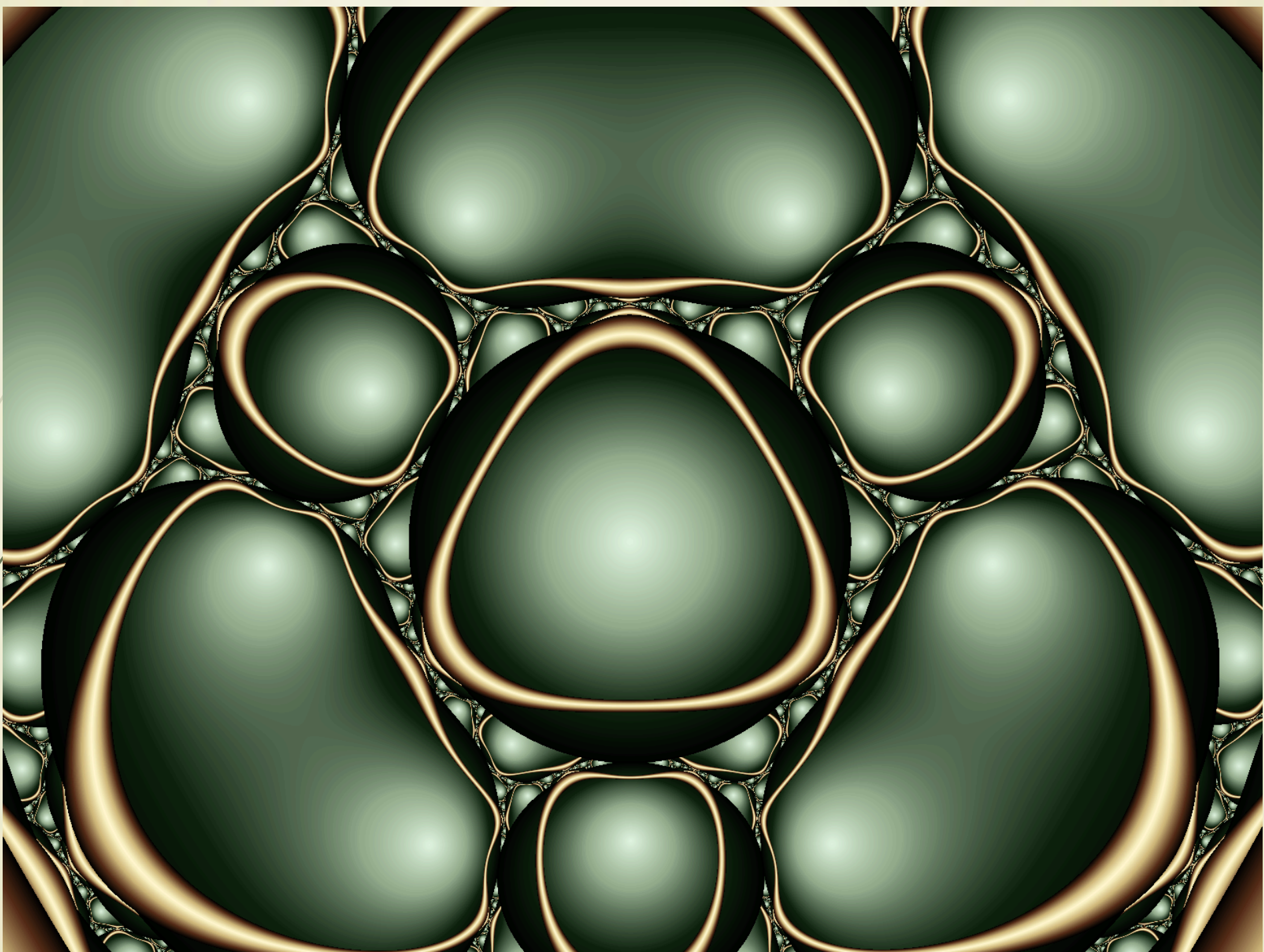


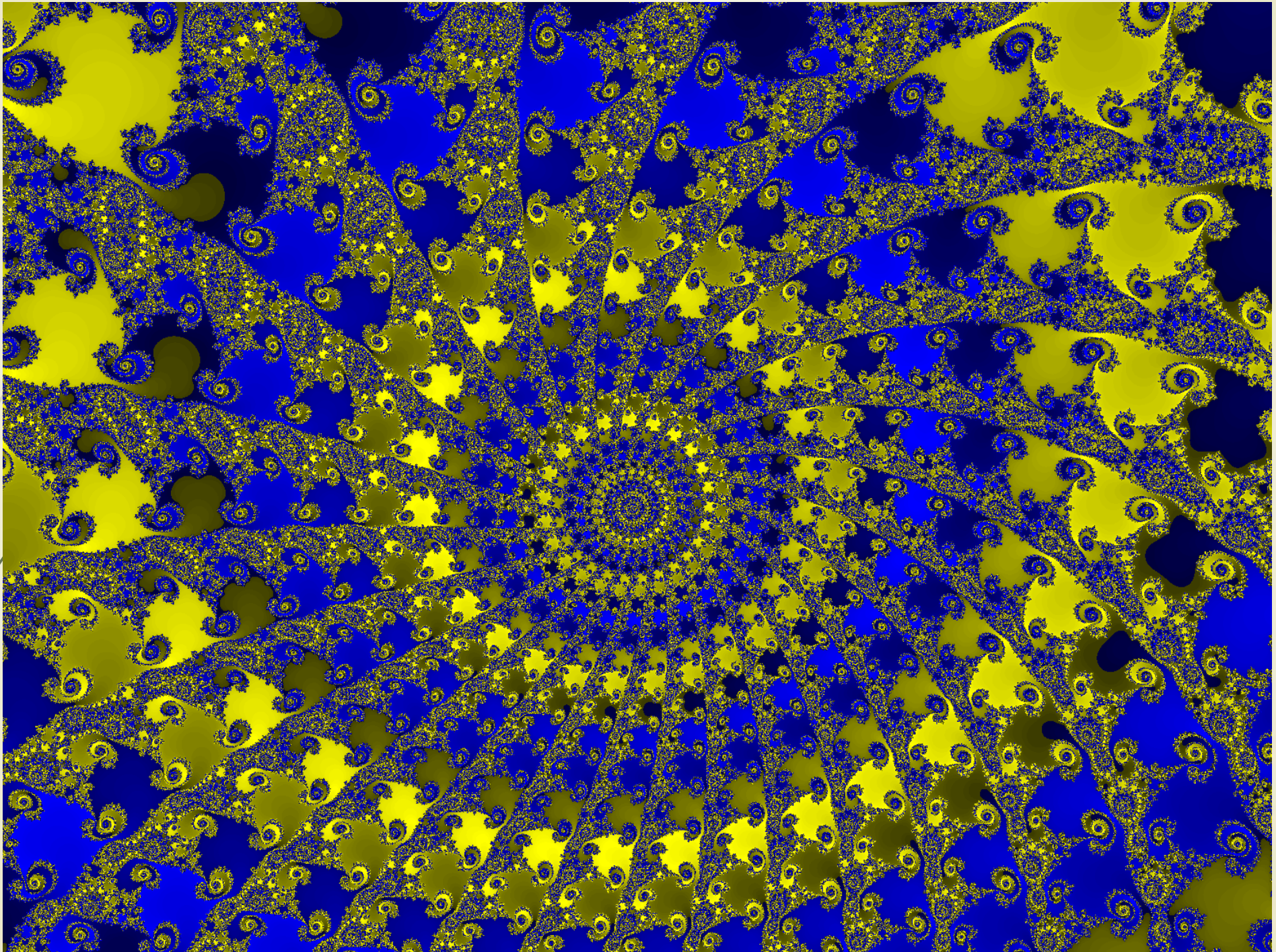


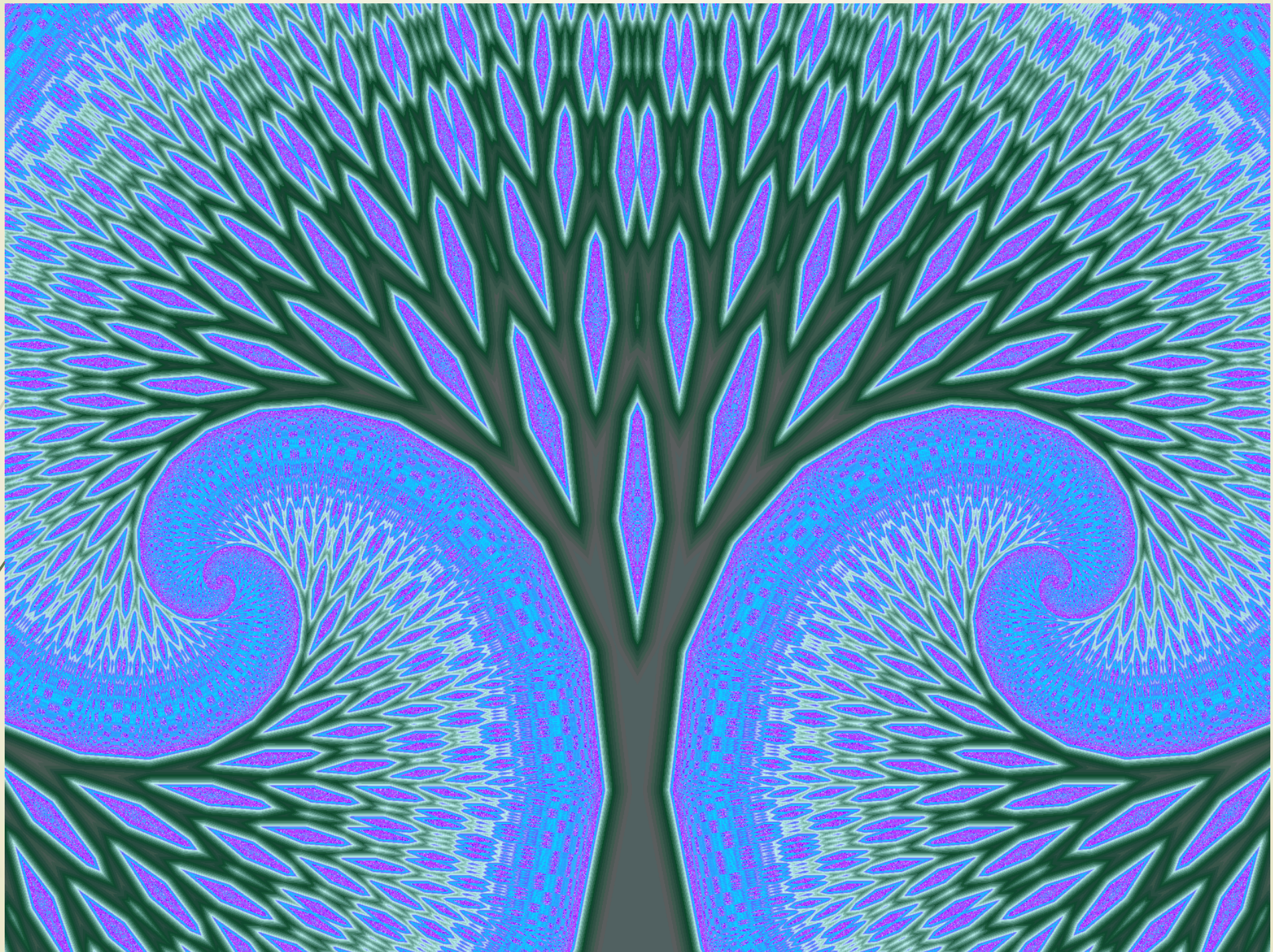






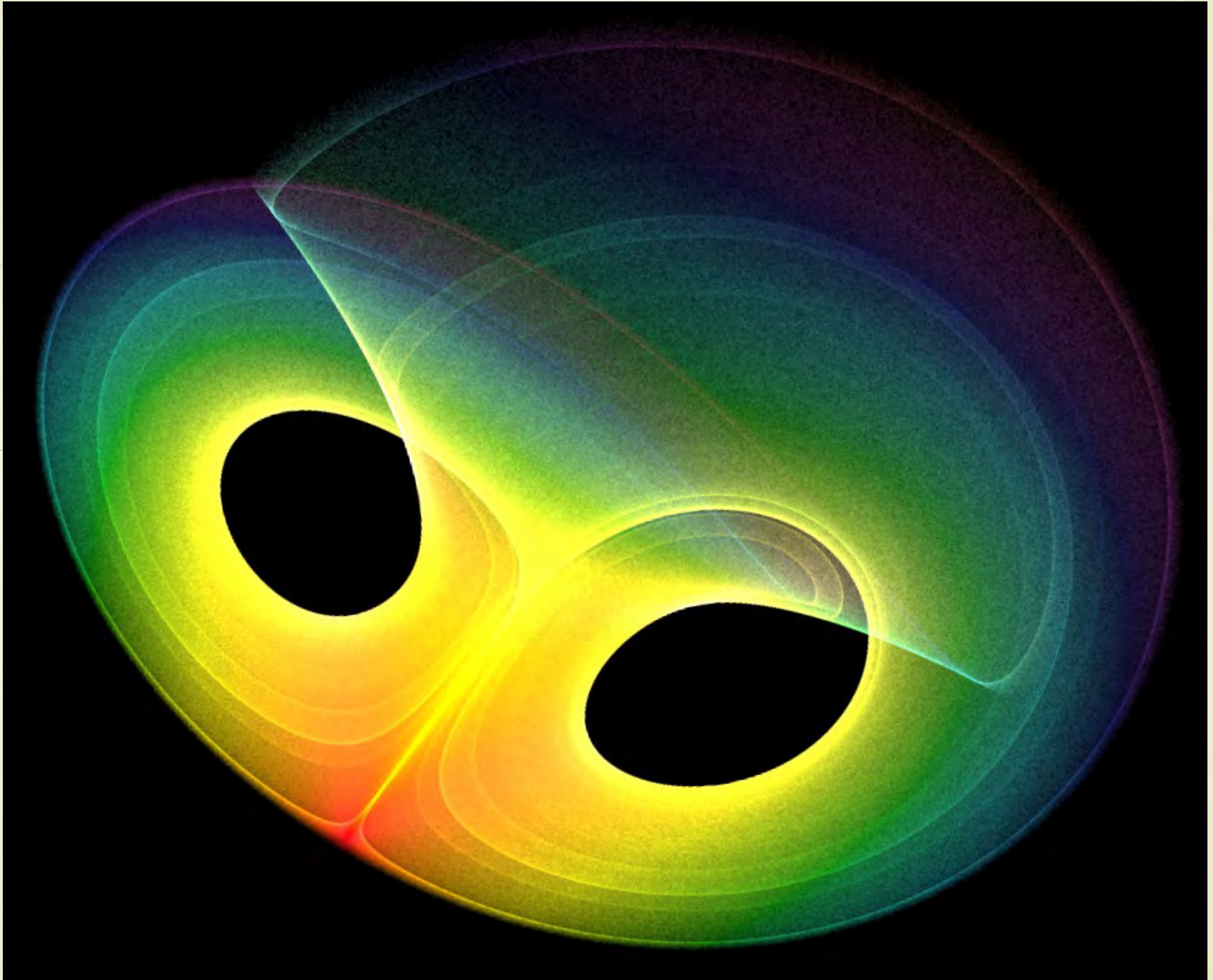






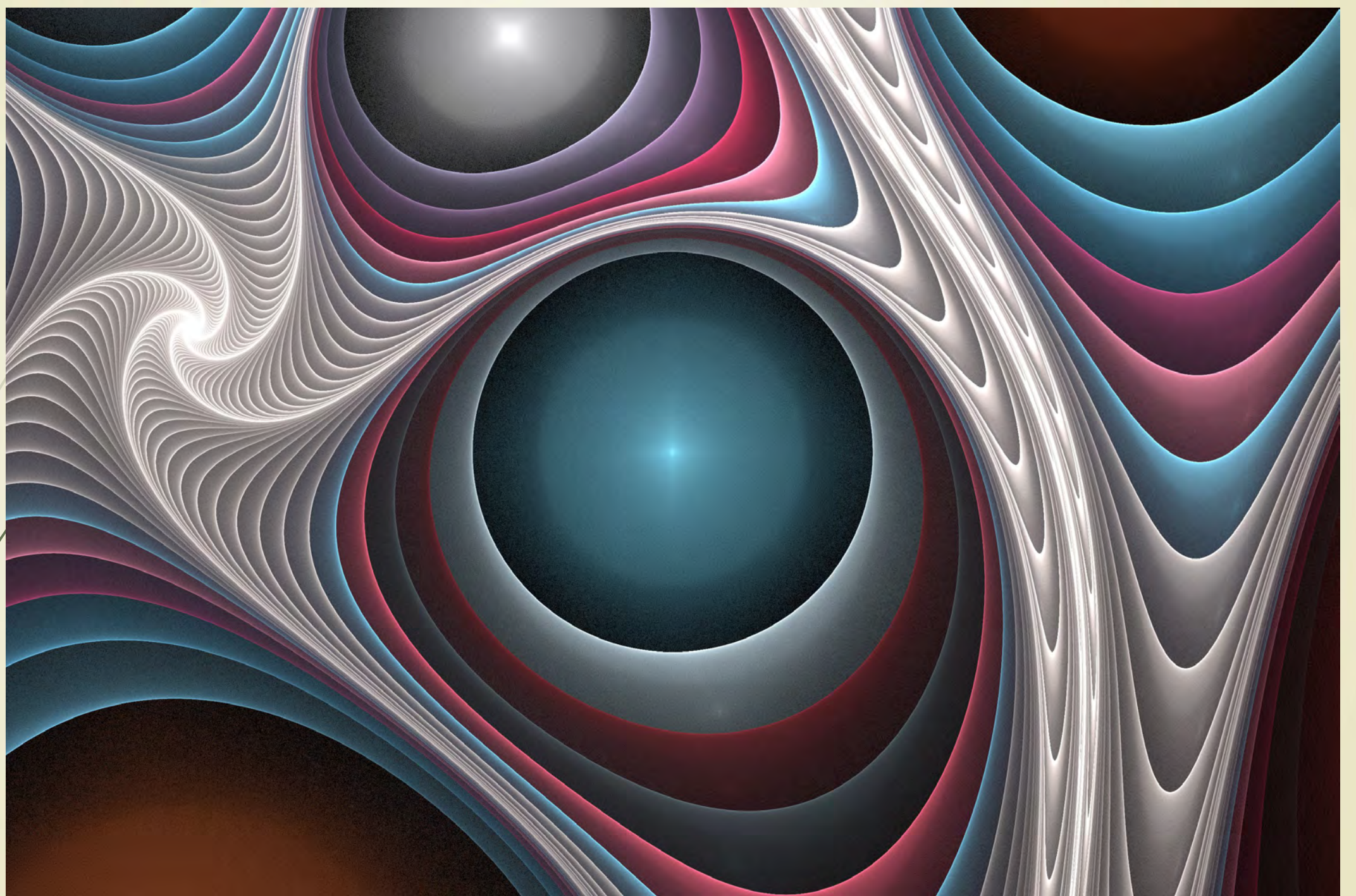
AUTRES TYPES DE FRACTALES

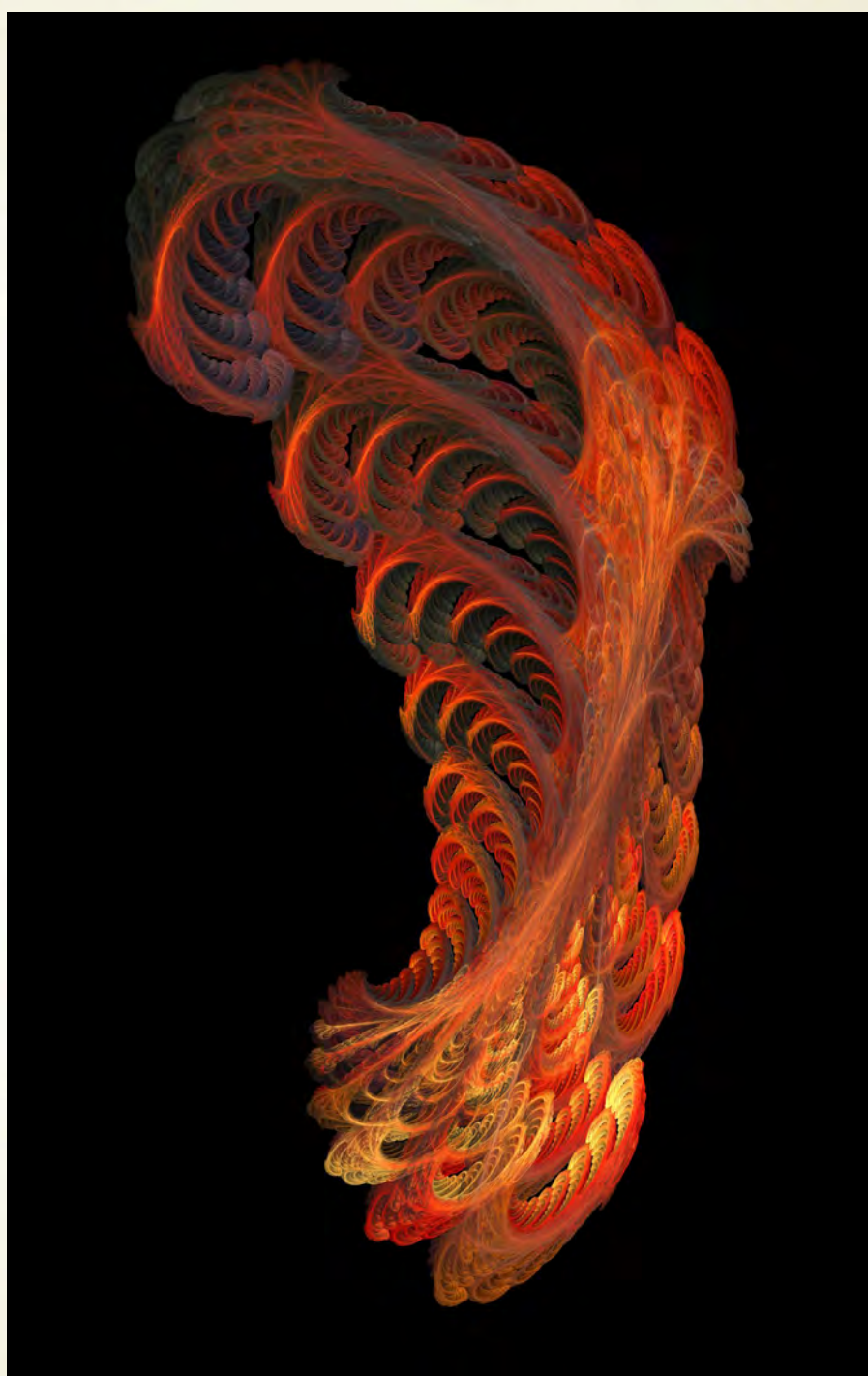
- ▶ Les attracteurs étranges sont des objets mathématiques utilisés pour décrire certains systèmes chaotiques. Ils apparaissent lorsqu'un système évolue de manière imprévisible tout en restant organisé autour d'une forme particulière.
- ▶ Ils sont étudiés dans la théorie du chaos, un domaine lié aux fractales.
- ▶ Un attracteur est une région vers laquelle un système tend naturellement à évoluer.
Exemples simples :
 - Un pendule finit par s'arrêter vers une position d'équilibre
 - Une planète tourne autour d'une orbite stable
- ▶ Un attracteur étrange est différent : Le mouvement ne se répète jamais exactement, il reste pourtant enfermé dans une structure précise et cette structure possède souvent une forme fractale.
- ▶ Un attracteur étrange se caractérise par :
 - un comportement chaotique
 - il est très sensible aux conditions initiales
 - il possède une structure fractale
 - c'est un mélange d'ordre et de désordre
- ▶ L'exemple le plus connu est celui découvert par Edward Lorenz dans les années 1960. L'attracteur de Lorenz est célèbre pour l'« effet papillon » : *une très petite variation au départ peut provoquer de grands changements plus tard*. Son équation produit une trajectoire ressemblant à des ailes de papillon.

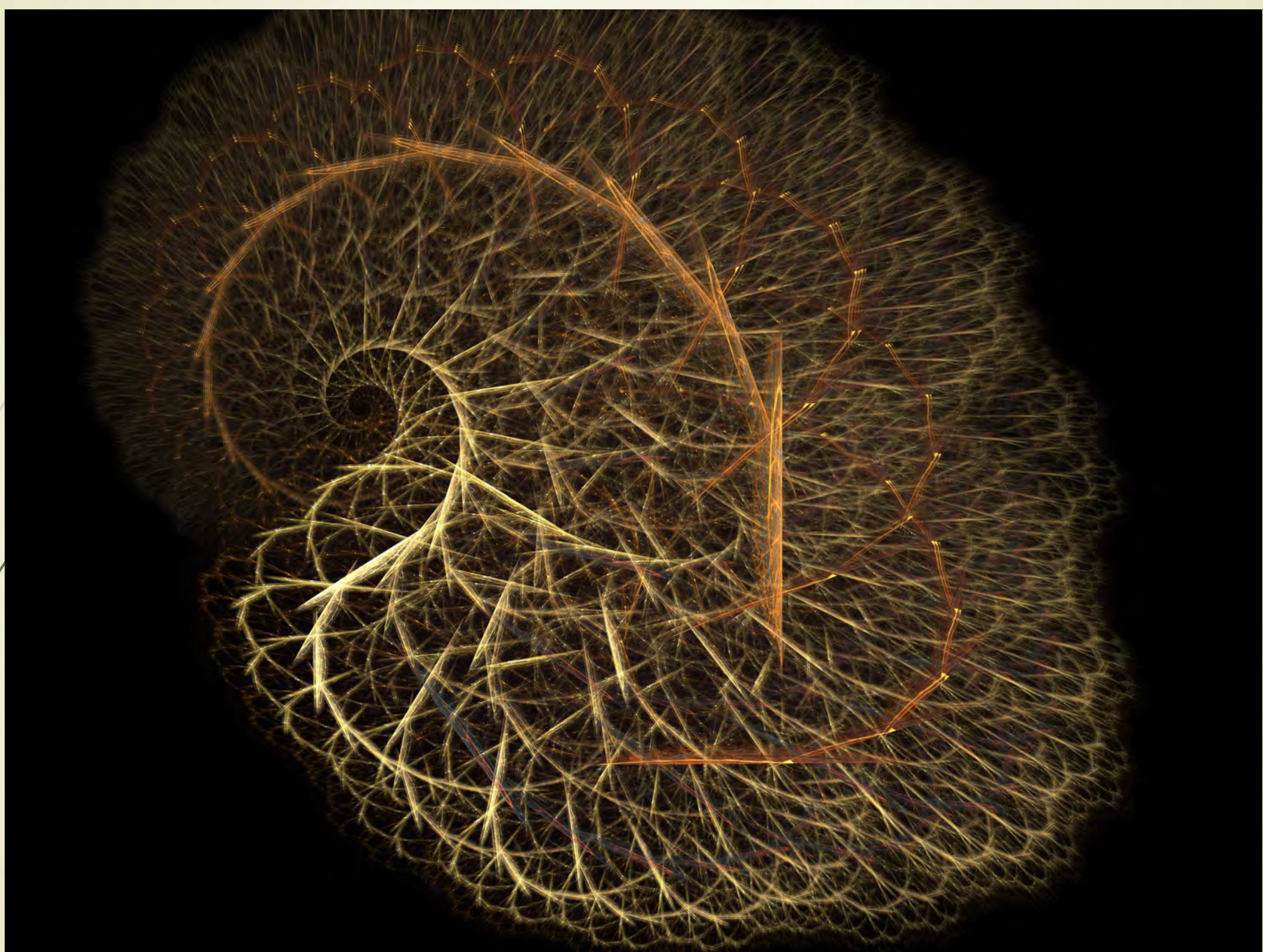


- Les fractales suivantes ont été créées avec le logiciel « APOPHYSIS »

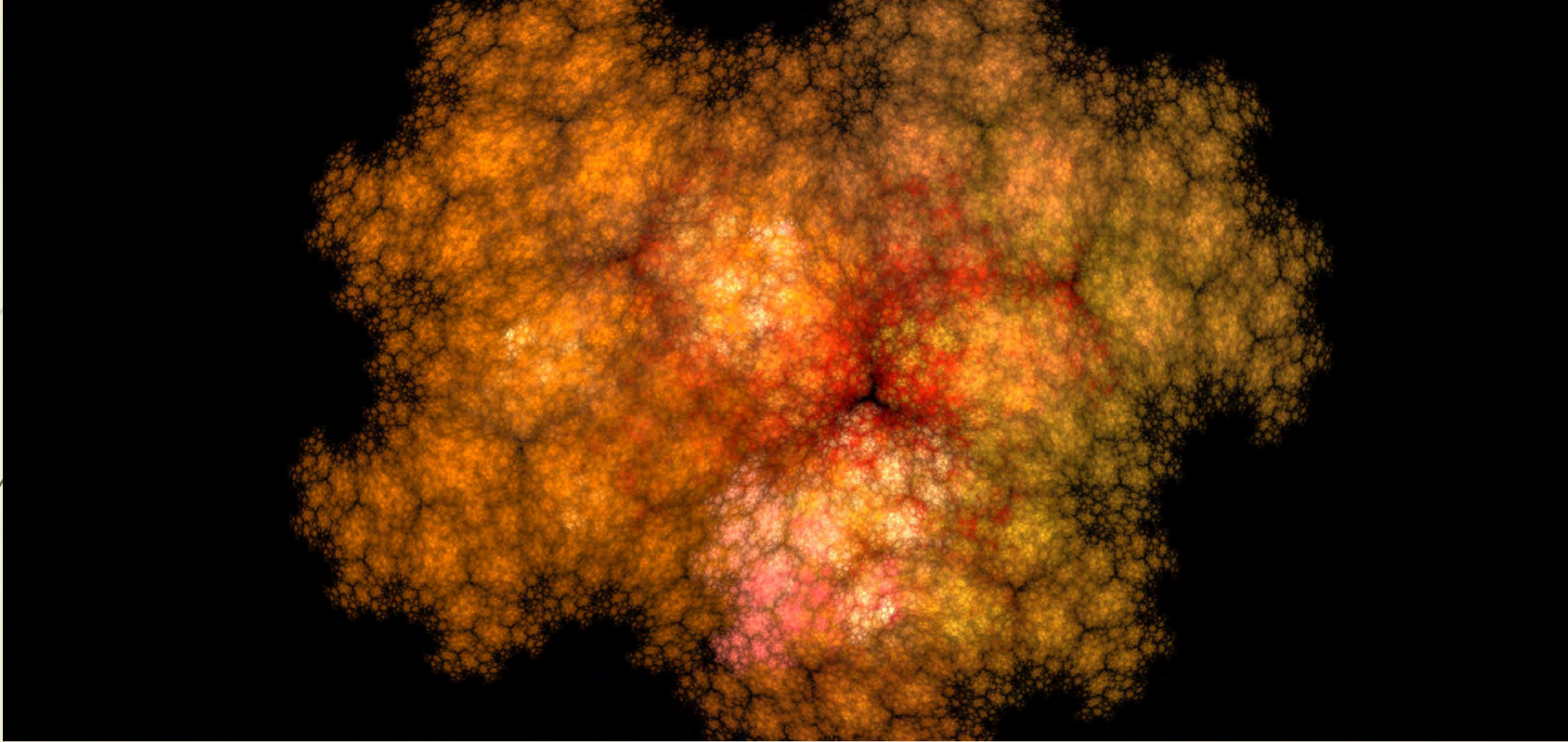


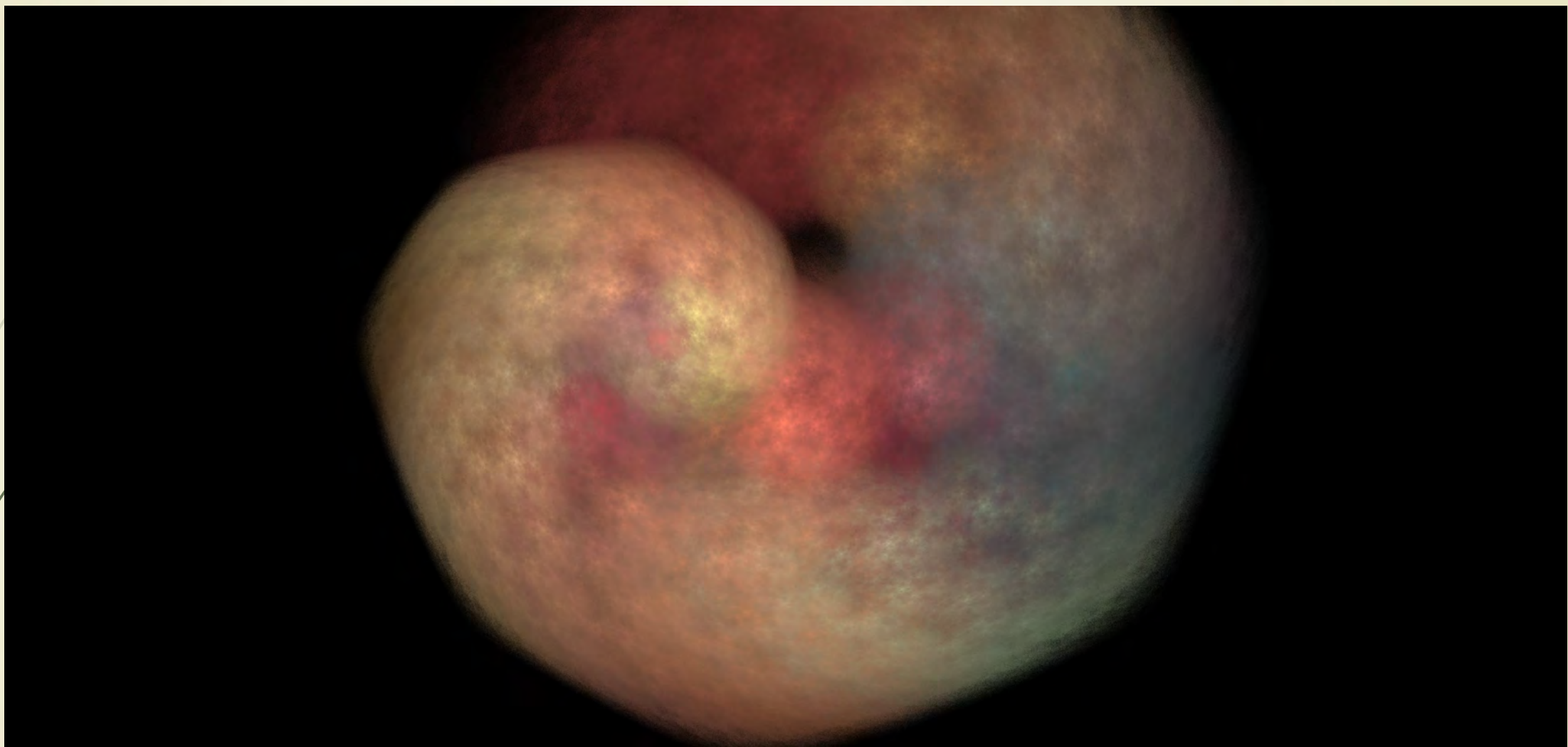


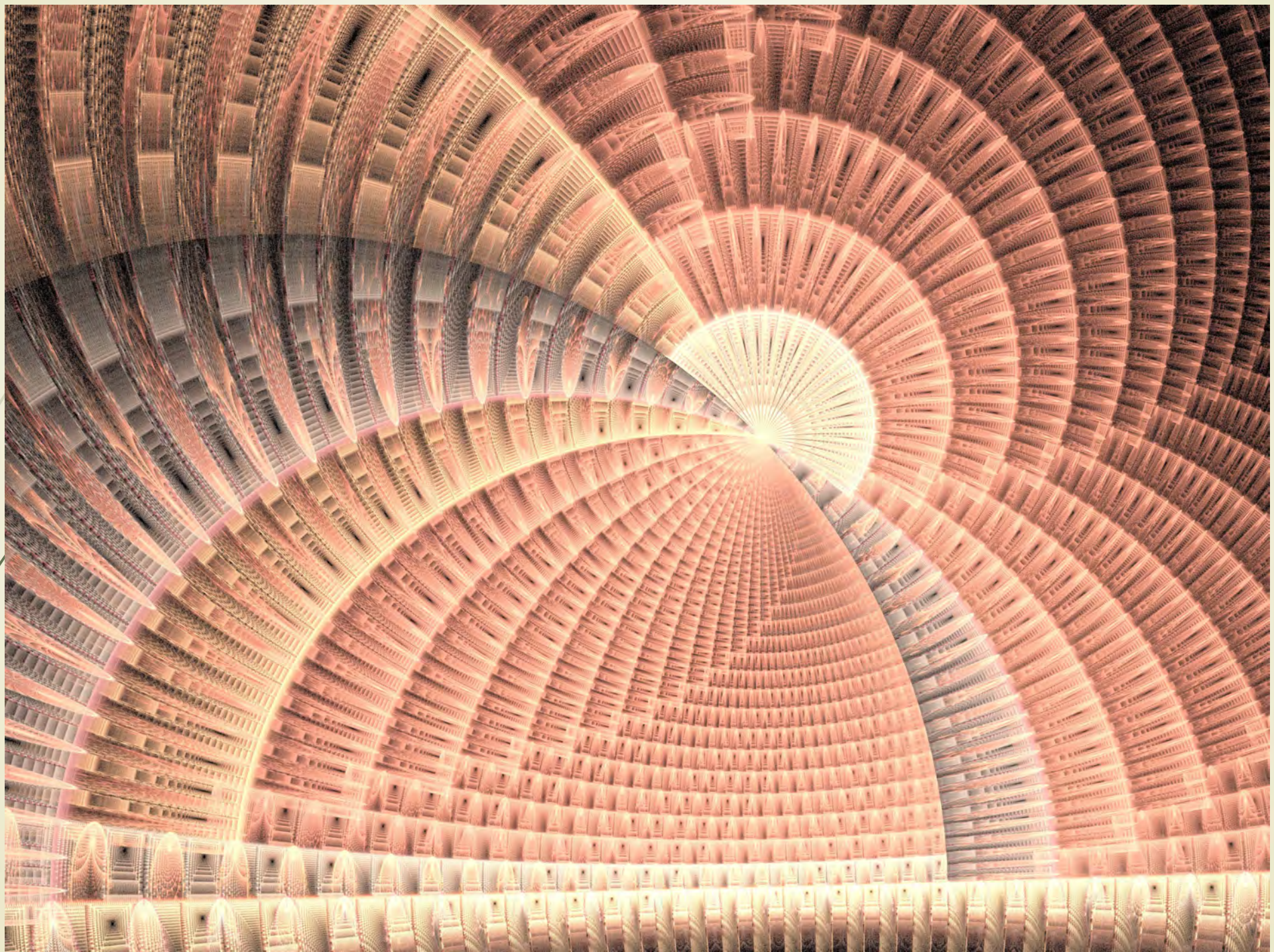


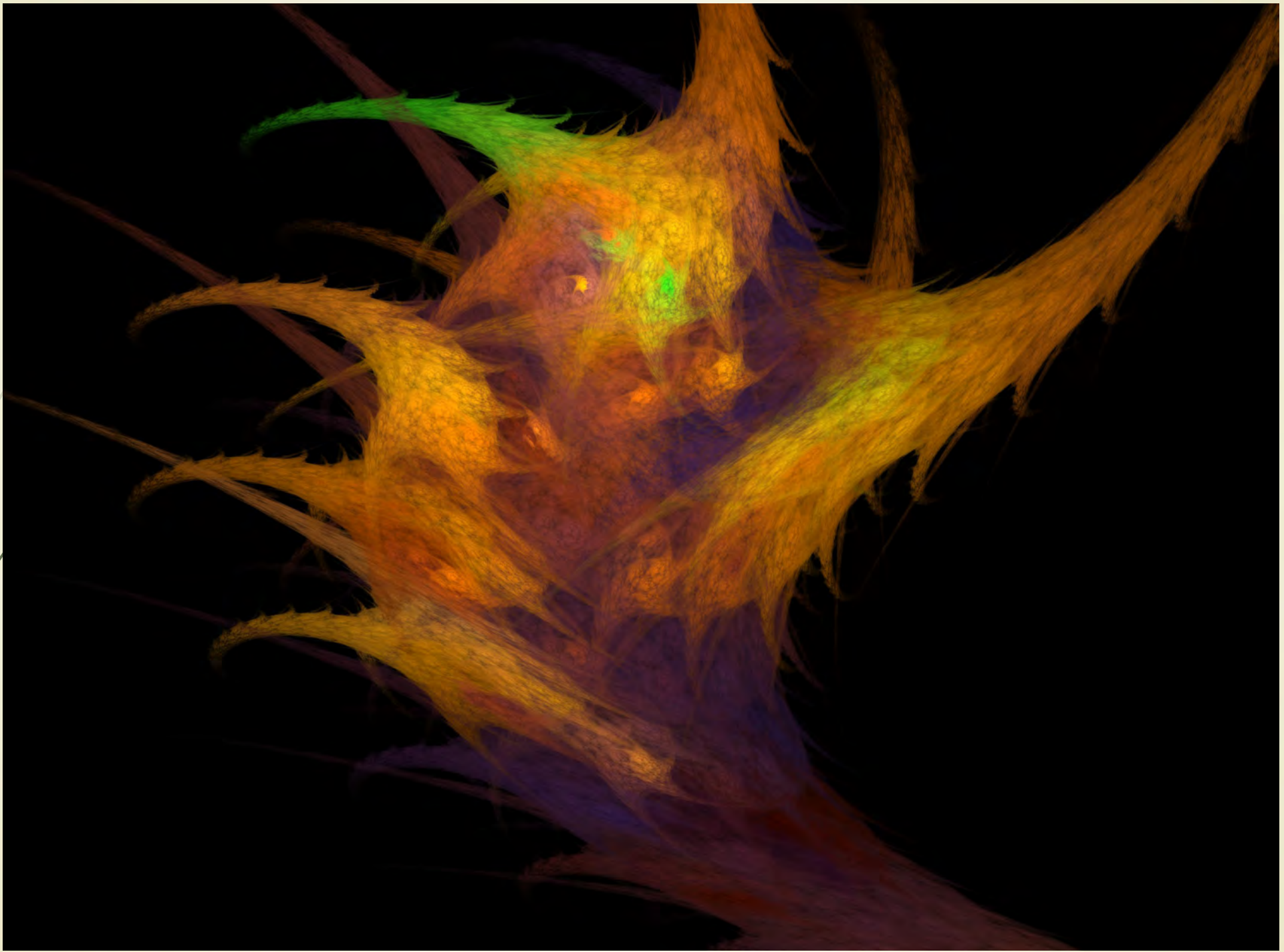


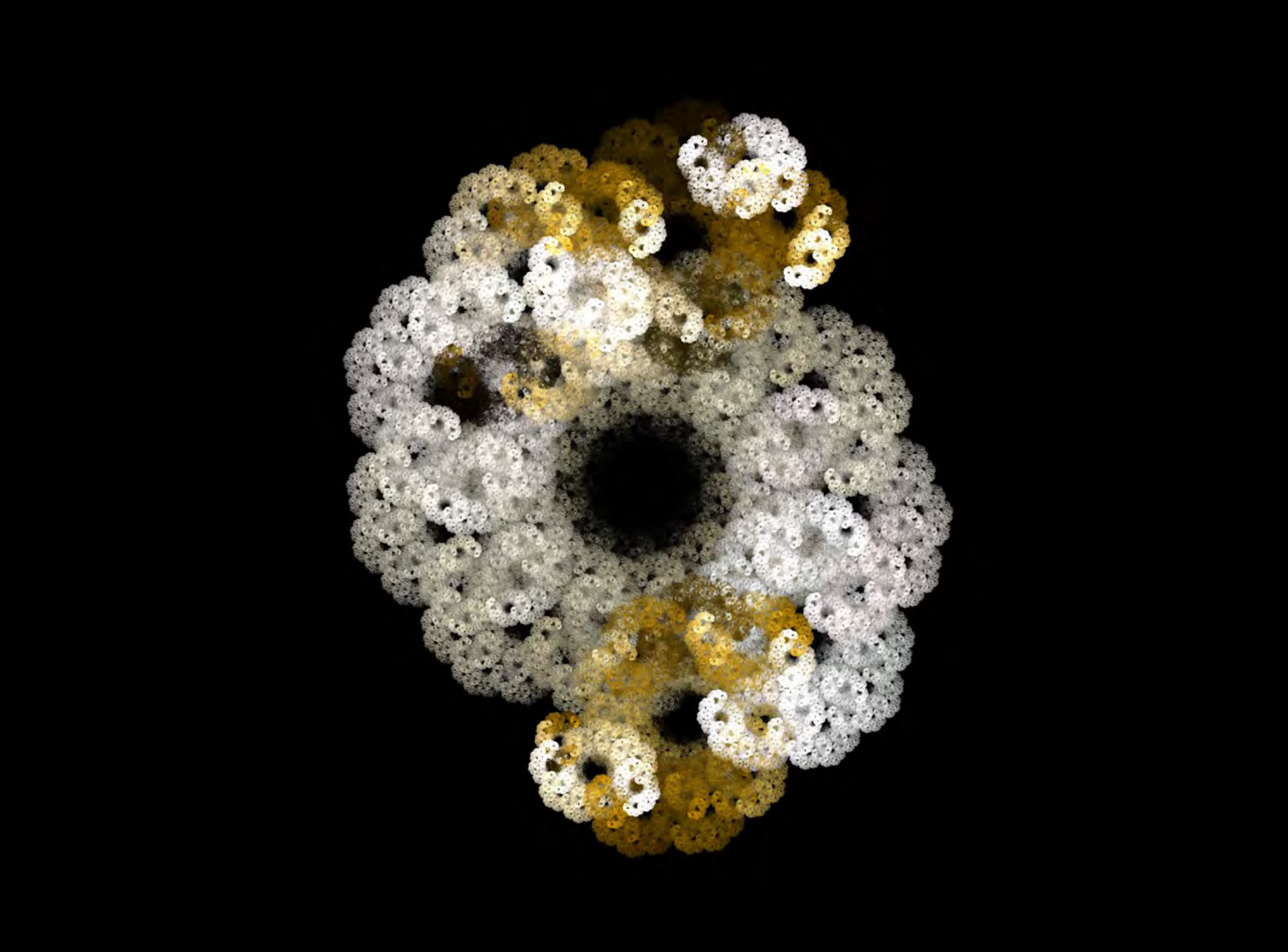




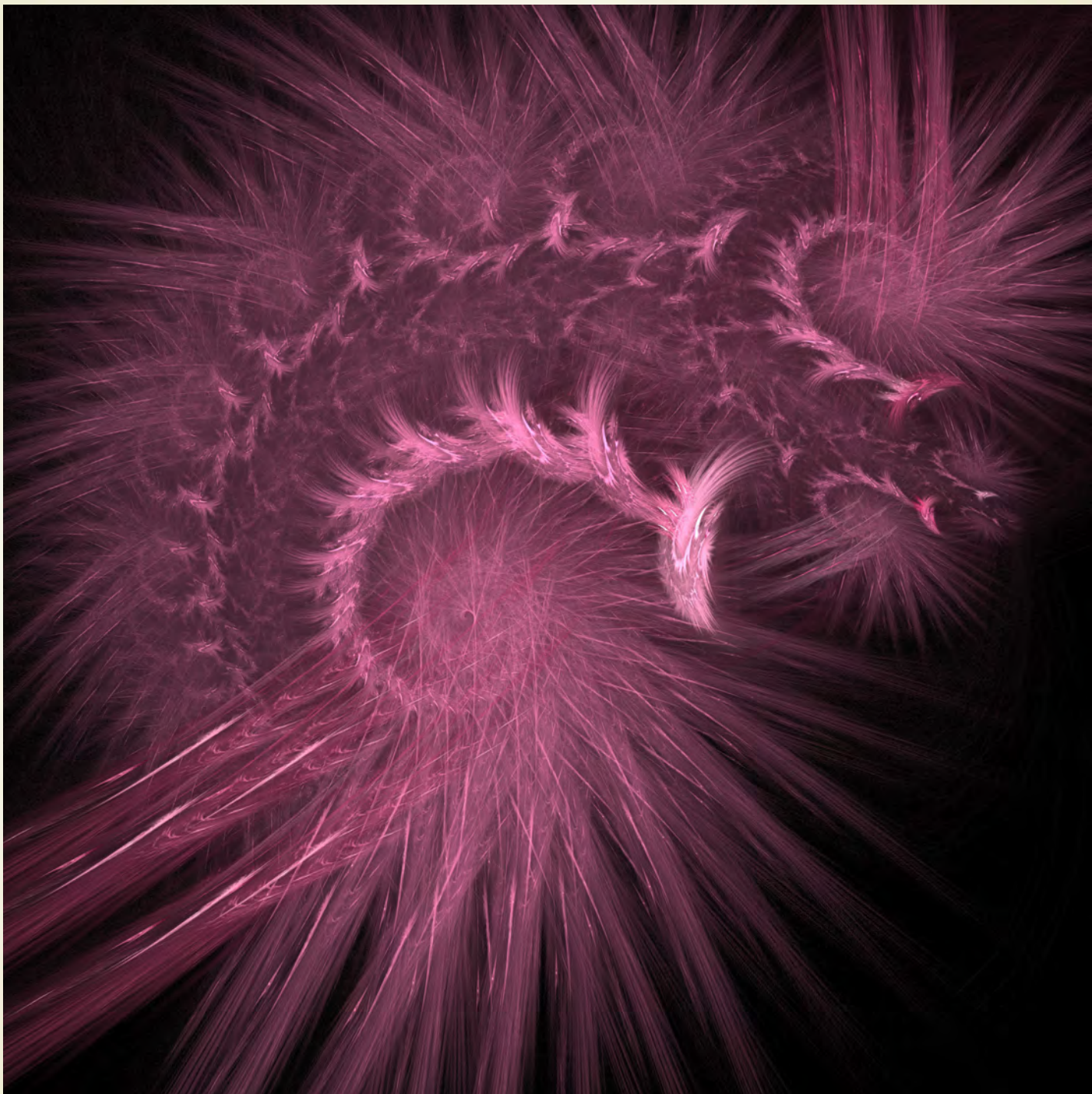














- ▶ Mon utilisation des fractales avec mes photos





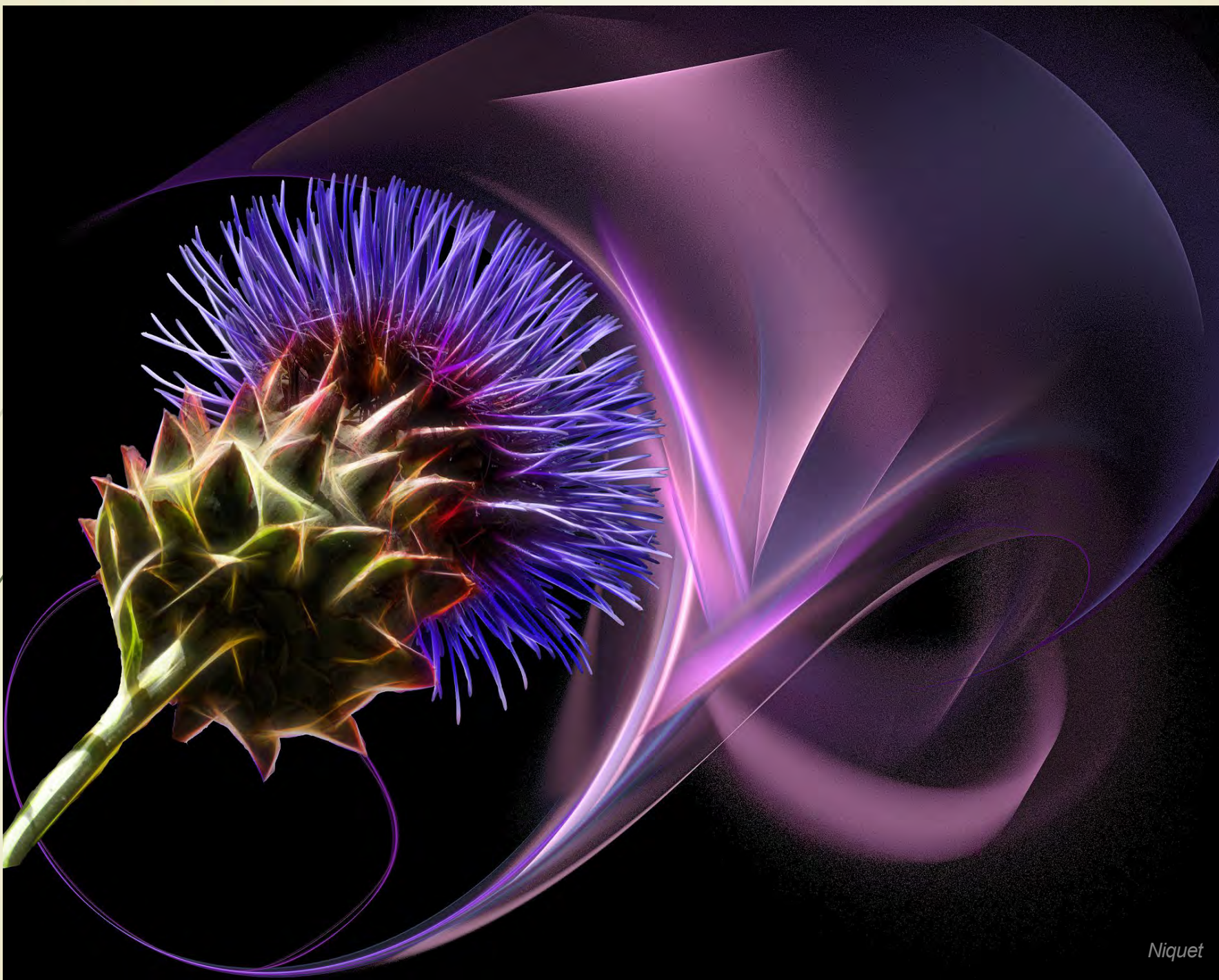
Niquet



Niquet



Niquet



Niquet



Niquet



Niquet



Niquet



Niquet



Niquet





Niquet